

Статья опубликована в сборнике 9-й конференции из цикла «Григорьевских чтений»: «Число в науке и искусстве», Москва, 2007, с.125-140.

МАТРИЧНАЯ ГЕНЕТИКА И ИНФОРМОГЕНЕЗ: ГЕНОМАТРИЦЫ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ И МУЗЫКАЛЬНЫЕ СТРОИ

С.В.Петухов

Статья посвящена системному анализу биомолекулярных ансамблей генетического кодирования с позиций теории дискретных сигналов (ТДС). Результаты авторских исследований показывают естественные возможности представления этих ансамблей в числовой форме на основе природных отношений симметрии между элементами генетического кода. Этот переход от классической – символьной - формы записи ансамблей генетической системы к числовой форме представляется очень важным, поскольку открывает возможность переноса в область молекулярной генетики того мощного понятийного и математического аппарата ТДС, который во многом обеспечил стремительный прогресс цифровой техники. Данное направление исследований, развиваемое автором, условно именуется матричной генетикой. Оно имеет непосредственное отношение ко многим теоретическим и прикладным проблемам, включая проблемы компьютеров на основе ДНК, квантовых компьютеров, нанотехнологий, теоретической биологии, спектрального анализа.

История науки свидетельствует об особой важности поиска когнитивных (познавательных) форм представления феноменологических данных, то есть свернутых и удобных для анализа форм представления бесчисленных единиц информации о природе. Все развитие математического естествознания базируется во многом на нахождении таких форм. Классическим примером служит работа Кеплера, который, не проводя собственных астрономических наблюдений, сумел найти особую форму представления трудно обозримого множества астрономических данных о движении планет из гроссбухов Тихо Браге. Эта открытая им когнитивная форма, связанная с обобщающей идеей движения по эллипсам, позволила ему сформулировать законы движения планет относительно Солнца, вошедшие в историю под именем законов Кеплера. Благодаря открытию этой формы уже другой человек – Ньютон – сформулировал много лет спустя закон всемирного тяготения.

Автором предложена и развита результативная когнитивная форма представления данных о системе генетического кодирования. Она основана на символьных и числовых матрицах генетических мультиплетов. Данные матрицы, условно называемые геноматрицами, составляют особые семейства, образуемые и исследуемые в связи с матрицами ТДС. Числовые геноматрицы порождаются из символьных геноматриц в результате замены символов генетических элементов их реальными количественными параметрами. Эта когнитивная форма представления уже привела к обнаружению новых феноменологических правил и инвариантов эволюции генетического кода; выявлению скрытых связей физико-химических параметров системы генетического кода с золотым сечением; установлению аналогий с пифагорейским музыкальным строем, матрицами Адамара; реализации фракталоподобной системы взаимосвязанных циклических и диадических кодов в составе матриц генетического кода; формированию понятия информогенеза как процесса самоорганизации информационных структур, прежде всего, систем циклических и диадических генокодов, существенных для биоинформационной помехоустойчивости; выявлению параллелизмов системы генетического кода с древнекитайской «Книгой перемен»; формированию новых подходов к вопросам генетического кодирования (в частности, хронобиологических), и пр. В силу ограниченного объема статьи многие из полученных результатов приведены в ней фрагментарно в расчете на знакомство с ними по другим публикациям автора.

Числовая упорядоченность системы генетических мультиплетов.
Исследования автором симметрий молекулярных систем генетического кода установили

алфавитно-матричную упорядоченность множества генетических мультиплетов и возможность естественной бинарной нумерации всех мультиплетов [Петухов, 2001; 2006]. Эти результаты позволяют представлять генетические секвенции в цифровой форме: например, последовательность триплетов – в форме последовательности их бинарных номеров, получая «цифровые» гены, цифровые экзоны и интроны, и т.п. В развиваемой автором матричной генетике находят неожиданные применения многие понятия ТДС: ортогональные системы сигналов, унитарные преобразования, матрицы Адамара, спектры сигналов, свертки, преобразования Гильберта, комплексные (квадратурные) сигналы, спектры, цифровые фильтры, поразрядные операции по модулю, циклические коды и др.

Поскольку теоретическая физика и ТДС зачастую используют одни и те же формализмы (например, комплексные числа, унитарные операторы, спектры сигналов), то это направление исследований сближает теорию генетического кодирования не только с ТДС, но и с теоретической физикой, включая квантовую механику, опирающуюся на формализмы комплексных чисел. Это сближение очень важно, поскольку генетические молекулы являются квантовомеханическими системами, анализ которых требует привлечения квантовой механики. Одновременно затрагиваются квантовые компьютеры, теория которых строится на стыке квантовой механики и ТДС с использованием матриц подобных геноматрицам. Это позволяет думать о системе генетического кодирования как квантово-компьютерной системе.

Генетический код построен на дискретных элементах: четырех буквах генетического алфавита (азотистых основаниях), 64 триплетях, 20 аминокислотах. Общая теория дискретных сигналов широко использует кодирование таких сигналов с помощью матриц и спектрального представления с целью обеспечения помехоустойчивости и эффективности передачи дискретной информации. Примером является семейство матриц Адамара, построенное на матрице (2×2) в кронекеровской степени: $H_k = [1 \ 1; -1 \ 1]^{(k)}$, где (k) означает возведение матрицы в кронекеровскую степень. Строки этих матриц образуют ортогональную базисную систему функций Адамара-Уолша, применяемую в ТДС для спектрального представления и передачи дискретных сигналов. По очевидной аналогии автор исследовал семейство геноматриц, базирующееся на (2×2) -матрице P в кронекеровской степени: $P^{(k)} = [C \ A; T \ G]^{(k)}$, где C, A, G, T – буквы генетического алфавита в ДНК (цитозин, аденин, гуанин, тимин).

Система генетического кодирования построена на принципе мультиплетов и степенях числа 4. Действительно, 4^1 моноплета образуют генетический алфавит $A, C, G, T/U$; 4^3 триплета кодируют 20 аминокислот; 4^K k -плета кодируют последовательность аминокислот во всех белках при больших K . Предложенное автором семейство геноматриц $P^{(k)}$ представляет все варианты мультиплетов в упорядоченной и взаимосвязанной форме с естественной нумерацией каждого мультиплета на основе природных отношений симметрии между молекулами букв генетического алфавита [Петухов, 2001; 2006].

Например, в октетной геноматрице 64 триплетов каждый триплет имеет индивидуальный номер, состоящий из объединения бинарных номеров его строки и столбца (например, триплет CAU имеет бинарный номер 110101, равный 53 в десятичной системе счисления). Эта геноматрица отражает реальные взаимосвязи элементов в системе генетического кода. Например, каждая пара кодон-антикодон ДНК (и только такая пара) имеет сумму их номеров равную 63. Соответствующая геноматрица бинарных номеров этих 64 триплетов совпадает со знаменитой матрицей 64 гексаграмм в порядке Фу-си из древнекитайской «Книги перемен», написанной несколько тысяч лет назад. Эта матрица в свое время поразила изобретателя компьютера Г.Лейбница, считавшего себя создателем двоичной системы счисления и вдруг обнаружившего древнекитайских предшественников по данной системе. Древние китайцы почему-то считали таблицу 64 гексаграмм всеобщим природным архетипом. Они ничего не знали о генетическом коде живой природы, но он оказался структурированным в соответствии с этим их

представлением о всеобщем природном архетипе. О дополнительно выявленных автором параллелях между системами генетического кода и «Книги перемен» можно прочитать в [Петухов, 2001; 2006]. Сразу отметим, что большинство из того, что ниже будет говориться о геноматрицах (циклические и диадические сдвиги, матрицы Адамара, циклические коды, связь с золотым сечением и пифагорейским музыкальным строем и пр.) допускает обоснованный перенос на матрицы «Книги перемен» с учетом классических особенностей системы инь-ян. При этом переносе «Книга перемен» предстает как книга о циклических кодах, а не только о циклических изменениях.

Благодаря описанной возможности естественной нумерации генетических мультиплетов вся система генов переводится на язык геометрии в пространствах сообщений из ТДС. Напрашивается декартово представление каждого гена как такой точки в двумерной декартовой системе, координаты которой равны числу нуклеотидов в гене и его натуральному номеру в соответствующей матрице $P^{(K)}$, объединяющей все мультиплеты данной длины. В организме человека порядка 40000 генов, совокупность которых дает в этом декартовом представлении 40000 точек. Хаотично ли это облако точек или оно образует некоторую закономерную фигуру или знакомый символ? Это один из многих новых вопросов, подлежащих исследованию с использованием предлагаемых автором новых математических средств анализа генетического кода, например, адамаровых спектров векторов-генов.

Квинтовые и золотые геноматрицы. Музыкальный строй золотого вурфа.

Наряду с символьными геноматрицами исследуются их числовые представления, образующиеся при замене буквенных символов реальными молекулярными параметрами. Например, замена этих символов характерными числами 2 и 3 водородных связей комплементарных пар оснований ($A=T=2$, $C=G=3$) преобразует семейство символьных геноматриц $P^{(K)}$ в семейство числовых геноматриц $P_{\text{МУЛЬТ}}^{(K)} = [3 \ 2; 2 \ 3]^{(K)}$ [Петухов, 2004]. Эти матрицы можно называть квинтовыми, поскольку они пронизаны отношением музыкальной квинты 3:2 на различных уровнях: между суммами чисел в ряду расположенных по вертикали квадрантах, субквадрантах, субсубквадрантах и т.д., включая отношения квинты между соседними по величине числами в этих матрицах. Например, матрица $P_{\text{МУЛЬТ}}^{(3)}$ содержит четыре вида чисел - 27, 18, 12, 8 – с отношениями квинты между ними: $27/18=18/12=12/8=3/2$. Каждая квинтовая матрица $P_{\text{МУЛЬТ}}^{(K)}$ содержит индивидуальную последовательность из $(n+1)$ видов чисел в форме геометрической прогрессии, коэффициент которой равен квинте 3/2. В семействе матриц $P_{\text{МУЛЬТ}}^{(K)}$, где $n=0, 1, 2, 3, \dots$, реализуются следующие наборы чисел: 2, 3 (при $n=1$); 4, 6, 9 (при $n=2$); 8, 12, 18, 27 (при $n=3$); и т.д. Выписывая эти квинтовые наборы чисел из семейства $P_{\text{МУЛЬТ}}^{(K)}$ столбцами, получим «квинтовый» числовой треугольник (слева):

2,	4,	8,	16,	32, ...	f^1 ,	f^2 ,	f^3 ,	f^4 ,	f^5 ,
3,	6,	12,	24,	48, ...	f^1 ,	f^0 ,	f^1 ,	f^2 ,	f^3 ,
	9,	18,	36,	72, ...		f^2 ,	f^1 ,	f^0 ,	f^1 ,
		27,	54,	108, ...			f^3 ,	f^2 ,	f^1 ,
			81,	162, ...				f^4 ,	f^3 ,
				243 ...					f^1 ,

Справа показан числовой треугольник степеней золотого сечения $f = (1+5^{0.5})/2 = 1,618\dots$; он построен аналогичным образом из набора чисел семейства так называемых золотых геноматриц, которые получают при извлечении квадратного корня из квинтовых геноматриц $P_{\text{МУЛЬТ}}^{(K)}$ [Петухов, 2004; 2006]. Оказывается, что квинтовый числовой треугольник (слева), выведенный нами из структур генетического кода (или аналогичных им матричных структур древнекитайской «Книги перемен»), известен уже около 2000 лет как основа пифагорейского музыкального строя и пифагорейского учения об эстетике пропорций. Он был опубликован неопифагорейцем Никомахом из Гераса в его известной книге «Введение в арифметику» [Kappraff, 2000]. Это совпадение треугольника Никомаха с числами семейства квинтовых геноматриц первыми отметили и

сообщили о нем автору в частном письме профессора J.Kappraft и G.Adamson (США), познакомившись с авторскими публикациями о геноматрицах.

Каждый столбец треугольника Никомаха (или набор чисел соответствующей квинтовой геноматрицы) образует геометрическую прогрессию с коэффициентом квинты $3/2$. Известно, что 7-ступенный пифагорейский музыкальный строй в октавном диапазоне от 1 до 2 базируется именно на геометрической прогрессии с этим коэффициентом квинты $3/2$ для отношений частот нот, расположенных в разных октавах. При этом частота первой ноты в данной прогрессии составляет $2/3$ (т.е. обратную величину коэффициента прогрессии) от начальной частоты названного октавного диапазона. Для получения пифагорейской диатонической гаммы до мажор (до-ре-ми-фа-соль-ля-си) семь первых чисел этой геометрической прогрессии сводятся в одну октаву их умножением или делением на число 2 нужное число раз (операция «сведения в октаву»). Эту совокупность действий можно назвать алгоритмом Пифагора, хотя пифагорейский музыкальный строй был известен задолго до Пифагора еще древним китайцам ([Еремеев, 2005; Needham, 1962]). Характерной чертой пифагорейского строя является то, что в результате у такой алгоритмической последовательности частот нот, заполняющих октаву, во всем строе реализуется всего два вида отношений (интервальных коэффициентов): $9/8=1,1250\dots$, называемый тон-интервалом Т, и $256/243=1,0535\dots$, называемый полутон-интервалом S. При этом последовательность интервальных коэффициентов имеет вид: Т-Т-S-Т-Т-Т-S и в точности исчерпывает октаву: $(9/8)^5 * (256/243)^2 = 2$.

Числовой треугольник золотых геноматриц (справа) содержит в своих столбцах геометрическую прогрессию с коэффициентом $\sqrt{2}$. Можно ли, применив к этой прогрессии алгоритм Пифагора, получить некоторую новую последовательность, в которой тоже присутствовало бы всего два вида интервальных коэффициентов, выступающих в роли ее тона и полутона? При исследовании этого вопроса выяснилось, что это возможно всякий раз, когда из данной геометрической прогрессии берется фибоначчьево число ее первых членов - 2, 3, 5, 8,(для иных чисел этого не получается). При этом формируются строи, у которых количества тон- и полутон-интервалов также являются фибоначчьевыми числами. Например, в выведенном автором 8-ступенном строе содержится 5 тон-интервалов $T = p^3/2 = 1.1215\dots$ и 3 полутон-интервала $S = 4*p^{-5} = 1.0407\dots$. Здесь $p = \sqrt{2}/2 = 1,309\dots$ - величина, которая носит название золотого вурфа и которая определила название всего этого строя: строй золотого вурфа (подробности в [Петухов, 2006; Petoukhov, 2005]). Последовательность интервалов этого строя имеет вид Т-Т-S-Т-S-Т-Т-S и в точности исчерпывает октаву: $(p^3/2)^5 * (4*p^{-5})^3 = 2$.

На основе этого ряда интервалов сконструирована последовательность частот музыкальных нот, содержащая частоту 440 гц, которая соответствует ноте «ля» в пифагорейском строе и в равномерно-темперированном строе и которая традиционно используется для настройки музыкальных инструментов. Табл. 1 позволяет сравнить частоты нот 7-ступенного пифагорейского строя и 8-ступенного строя золотого вурфа для первой октавы. Принимая во внимание минимальное различие между обоими строями, большинство нот нового строя названо по аналогии с привычными всем нотами пифагорейского строя, но с добавлением буквы «м» в конце имени ноты (например, «рем» вместо привычного «ре»). Дополнительная пятая нота носит название «пим». Значение этого математического строя, сопряженного с генетическим кодом и «Книгой перемен», для сферы музыки проверяется.

Таблица 1. Частоты тонов в герцах и названия нот в 7-ступенном пифагорейском строе до мажор (верхний ряд) и в соответствующем 8-ступенном строе золотого вурфа (нижний ряд) для первой октавы.

260.7	293.3	330	347.6		391.1	440	495.0	521.5
До ₁	Ре	Ми	Фа		Соль	Ля	Си	До ₂
256.8	288.0	323.0	336.1	376.98	392.3	440	493.5	513.6
Дом ₁	Рем	Мим	Фам	Пим	Сольм	Лям	Сим	Дом ₂

Дополнительно выявлено, что в фибоначчьево-ступенных строях, получаемых посредством алгоритма Пифагора из рассматриваемой геометрической прогрессии с коэффициентом золотого вурфа $f^2/2$ (или квадрата золотого сечения f^2 , что одно и то же в связи с операцией сведения всех частот в октаву делением на 2), имеются красивые взаимосвязи. Они базируются на феноменологических формулах $T_{n+2}=T_n/T_{n+1}$, $S_n=T_{n+1}$, отражающих неожиданную связь размножения тонов и полутонов этих строев при увеличении порядкового номера строя n с задачей Фибоначчи о размножении кроликов. Подчеркнем, что в полученных фибоначчьево-ступенных строях не только количества тон- и полутон-интервалов являются числами Фибоначчи, но и величины этих тонов и полутонов также выражаются через числа Фибоначчи F_n : $T_n = T_0^{((-1)^n * F_{n-1})} * T_1^{((-1)^{(n-1)} * F_n)}$. (На этой основе можно определять сами числа Фибоначчи).

Кроме того, через названную формулу $T_{n+2}=T_n/T_{n+1}$ описываемое семейство фибоначчьево-ступенных строев оказывается связанным с треугольником Паскаля и коэффициентами биномиального разложения Ньютона (а значит, оказывается сопряженным с законами Менделя независимого наследования признаков): $T_0^1 = T_1^1 * T_2^1 = T_2^1 * T_3^2 * T_4^1 = T_3^1 * T_4^3 * T_5^3 * T_6^1 = T_4^1 * T_5^4 * T_6^6 * T_7^4 * T_8^1 = \dots$ (показатели степеней совпадают с биномиальными коэффициентами). Ограниченный объем статьи не позволяет представить материалы, связанные с подобными «генетическими» вурф-строями и их алгоритмами, порождающими реализуемые в музыке, поэзии и других физиологических областях ритмы членения на основе последовательностей чисел двух видов – «тонов» и «полутонов» (лучше называть их инь- и ян-числами, поскольку при переходе к высоким номерам вурф-строев полутоны начинают превосходить тоны по величине).

Дополнительно также показано, что молекула ДНК представляет собой конструкцию из параллельных блоков, у которой отдельные виды блоков образуют гармонизированные по квинтам параллельные последовательности вдоль ДНК, относительно независимые друг от друга («квинтовое многоголосье»). Соответственно каждый ген имеет свою собственную полифоническую квинтовую последовательность («мелодию»), которая может быть воспроизведена разными способами: акустическими, цветомузыкальными, вибрационными, электроимпульсными и пр. Это дает основу для развития автором концепции «натуральной генетической музыки». Отмечаемые формальные аналогии между генетическими структурами и пифагорейским музыкальным строем перекликаются со словами Г.Лейбница: «Музыка есть таинственная арифметика души, которая вычисляет себя, сама того не сознавая».

Отдельно отметим, что геометрическая прогрессия золотого вурфа после сведения ее членов в октаву без последующего упорядочения членов по величине порождает такую последовательность отношений в ней последующего члена к предыдущему, которая содержит всего два вида величин (золотой вурф и его половина) и связана с числами Фибоначчи. В фибоначчьем количестве первых членов данной последовательности содержатся фибоначчьевы количества этих двух величин.

Пифагорейский музыкальный строй и «Книга перемен». С древних времен люди связывали музыку с фундаментальными принципами мироустройства. Согласно древнекитайским представлениям музыка также присутствует при зарождении мира и играет космическую роль. Существуют многочисленные аналогии между генетическими матрицами и символической системой древнекитайской «Книги перемен» [Петухов, 2001; 2006]. В виде небольшого отступления в область древнекитайской музыки отметим музыкальное представление таблиц «Книги перемен» [Petoukhov, 2005; Петухов, 2006], достигнутое в ходе работ над аналогичными матрицами генетического кода. По мнению автора, в результате проводимых матричных исследований мы восстанавливаем знания об утраченных базовых музыкальных мелодиях Древнего Китая. Кроме того, мы получаем аргументы к новой точке зрения на возможное происхождение самих таблиц «Книги перемен». Как уже отмечалось, музыка играла исключительную роль в жизни, культуре и идеологии Древнего Китая, в котором даже система мер и весов строилась в связи с

музыкальными инструментами [Еремеев, 2005, с. 76]. В свете этого можно полагать, что таблицы «Книги перемен», прежде всего, таблица 64 гексаграмм в порядке Фу-си, построены как свод знаний о музыкальной гармонии, лежащей по представлениям китайцев в основе мироздания, в том числе, как запись квинтового музыкального строя. Данная точка зрения кажется достаточно естественной и снимающей пелену полной загадочности на происхождение таблиц «И Цзин». В пользу этой выдвигаемой автором точки зрения на происхождение таблиц «И Цзин» можно привести ряд дополнительных аргументов. Так, числовое представление таблицы 64 гексаграмм «И Цзин» в виде квинтовой матрицы $P_{\text{МУЛЬТ}}^{(3)}$ получается при соответствующем алгоритмическом использовании чисел 2 и 3, которые традиционно назывались числами Земли и Неба соответственно и которые являлись основой древнекитайской арифметики. (Эти числа 2 и 3 в генетической системе выступают как числа водородных связей, определяющие семейство квинтовых геноматриц $P_{\text{МУЛЬТ}}^{(K)}$). Но с точки зрения матриц «Книги перемен» существует прямое указание на связь основ музыки с Небом и Землей в классическом произведении «Весен и осеней» Люй Бувея в главе о музыке: «Истоки музыки – далеко в прошлом. Она возникает из меры и имеет корнем Великое единство. ... Музыка покоится на соответствии между Небом и Землей» (из книги [Гессе, с.25]).

Задолго до Пифагора древние китайцы использовали музыкальный строй, известный в Европе под названием пифагорейского и во многом заимствованный Пифагором (см. анализ в [Needham, v.4, 1962]). Учение пифагорейцев о ключевой роли чисел в устройстве мира возникло не на пустом месте, а по многим данным развивалось в русле более древних восточных воззрений. Например, по китайским представлениям, четное число 2 являлось женским числом, а нечетное 3 – мужским числом. Аналогичным образом эти числа понимались в школе Пифагора: «Целое число 2 рассматривалось как женское, которое не может породить новые тоны без участия мужского числа 3» [Karrgraff, 2000]. Пифагорейцы вслед за древними китайцами полагали, что математические отношения, фигурирующие в квинтовом музыкальном строе, отражают гармонию устройства мира, в частности, характеризуют взаимное расположение планет солнечной системы. В этой связи древние греки придавали экстраординарное значение поиску отношений квинты 3:2 в природных системах. Например, великий механик и математик Архимед считал высшим достижением своего творчества открытие им отношения квинты 3:2 между площадями поверхности (а также между объемами) цилиндра и вписанной в него сферы. Поэтому он завещал изобразить рисунок данных фигур с их квинтовым отношением на его могильном камне. Именно по этому рисунку Цицерон смог найти могилу Архимеда более чем через 100 лет после его смерти.

Поэт Велимир Хлебников, вероятно, под влиянием пифагорейских представлений о тетраде, состоящей из степеней чисел 2 и 3 (а значит, в конечном счете, под влиянием представлений «Книги перемен»), считал, что все состоит из двоек и троек. Он писал, что 3^n дней – злое божество времени, «колесо смерти», а 2^n дней – доброе божество времени. И периоды истории он делил на хорошие периоды длины 2^n и плохие – длины 3^n . Это число 3^n в матрицах $P^{(K)}$ генетического кода и «И цзин» занимает всю главную диагональ и только ее, а число 2^n – вторую диагональ и только ее; вместе они образуют фигуру креста из матричных диагоналей. Эти матрицы имеют отношение к проблеме календарей и времени, но данные вопросы выходят за рамки статьи. В.Хлебников считал также, что весь мир есть стихотворение; соответственно таблицы Ицзин и генетического кода могут рассматриваться также как стихотворные формы.

Автором на базе структурных параллелей между геноматрицами водородных связей и таблицами «Книги перемен» построены музыкальные и цветовые представления многих древнекитайских таблиц и последовательностей: таблиц 64 гексаграмм по Фу-си, Вэнь-вану, Мавандуйскому тексту, «Восьми дворцов» Цзин Фана, последовательностей Сюйгуа и Цзагуа.

Геноматрицы Адамара. При этом учет некоторых из существенных параметров генетических молекул ведет к геноматрицам Адамара [Petoukhov, 2005; Петухов, 2006]. Речь идет, прежде всего, о трансформации базовой геноматрицы $P = [C \ A; \ T \ G]$ в матрицу Адамара $[1 \ 1; \ -1 \ 1]$ при учете важного отличия буквы Т (или U в РНК) от остальных трех букв: молекулы последних наделены функционально важной аминогруппой NH_2 , а буква Т/U лишена ее. Кроме того, только буква Т заменяется на другую букву U при переходе от ДНК к РНК. Соответственно обозначение букв С, А, G через «+1», а буквы Т/U – через «-1» обращает базовую матрицу P в матрицу Адамара. При этом все матрицы семейства $P^{(K)}$ становятся матрицами Адамара.

Но структуры генетического кода оказываются связанными с матрицами Адамара не только через матрицы мультиплетов, но также через вырожденность генетического кода, точнее через расположение 20 аминокислот по матричным ячейкам 64 триплетов, кодирующих их [Петухов, 2006]. Эти результаты интересны в связи с выигрышными свойствами матриц Адамара, которые используются в теории обработки информации; спектральном анализе и кодировании информации с помощью ортогональных функций Адамара, Уолша, например, в многоканальных спектрометрах Адамара; квантовых компьютерах (унитарные операторы Адамара), и пр. Естественная возможность представления геноматриц в виде матриц Адамара открывает возможность переноса в область генетики результативных идей из других областей применения данных матриц.

По определению матрица Адамара – это квадратная матрица $H_n = ||h_{ij}||$ порядка n, элементы h_{ij} которой суть +1 или -1 и для которой $H^*H^- = n \cdot I_n$, где H^- – транспонированная матрица H, а I_n – единичная матрица порядка n. Любые две строки матрицы Адамара ортогональны; если каждую строку интерпретировать как вектор, то скалярное произведение любых двух вектор-строк равняется 0. Матрицы Адамара (2x2) являются матрицами поворота на 45 или 135 градусов. Кронекерово произведение двух любых матриц Адамара снова является матрицей Адамара. Если имеется вектор \vec{a} , то его преобразование Адамара дает вектор $\vec{u} = H^* \vec{a}$, называемый спектром Адамара. При этом число перемен знаков в соответствующем столбце рассматривается как аналог частоты («частость»). Имеется большая аналогия между преобразованиями Адамара и преобразованиями Фурье.

Адамаровы спектры векторов играют важную роль в цифровой связи и теории кодирования. Автор полагает, что не меньшую роль они сыграют в биоинформатике в связи с их сопряжением со структурами генетического кода. Добавим, что учет отмеченной выше выделенности буквы U/T в генетическом алфавите позволяет при обращении символьных геноматриц $P^{(K)}$ в числовые геноматрицы получить геноматрицы квази-адамарова типа для спектрального анализа генетических секвенций. Например, $P_{\text{мульти}}^{(K)} = [3 \ 2; \ 2 \ 3]^{(K)}$ обращается в семейство квази-адамаровых матриц $[3 \ 2; \ -2 \ 3]^{(K)}$ с ортогональными строками. Проводимое автором исследование геноматриц обнаруживает, что, образно говоря, живое вещество населено адамаровыми и квази-адамаровыми геноматрицами и связанными с ними ортогональными системами генофункций (подробности публикуются отдельно). Поэтому, в частности, спектральный анализ генетических секвенций целесообразно осуществлять по Адамару и Уолшу, т.е. на базе ортогональных систем функций этих матриц, а не по Фурье и пр.

Геноматрицы диадических и циклических сдвигов. В ТДС известны матрицы диадических сдвигов, связанные с адамаровыми матрицами и ортогональными преобразованиями при обработке сигналов. Они сопряжены с нумерацией столбцов (и строк) упорядоченным рядом чисел (например, в случае матрицы с размером (8x8) - рядом 0, 1, 2, ..., 7). Все строки матрицы диадических сдвигов содержат одинаковый набор чисел, расположенных в них по-разному. Любая строка матрицы диадических сдвигов может быть получена из первой строки с помощью операции поразрядного сложения по модулю 2 двоичных номеров строки и столбца каждой матричной ячейки.

Автор отмечает, что именно матрицы диадических сдвигов реализуются в семействе числовых геноматриц, получаемого из семейства символьных $P^{(K)}$ геноматриц при замене символов С, А, G, Т числами 2 и 3 водородных связей комплементарных азотистых оснований: $A=T=2$, $C=G=3$. Эта замена может быть организована по-разному. Например, можно каждую букву в триплетях просто заменить соответствующим ей числом 2 или 3, представив триплеты в форме трехразрядных чисел типа 323, 223 и т.п. Интересно, что эти разнородные трехразрядные числа, выраженные по модулю 8, образуют упорядоченный ряд чисел от 0 до 7. Подобная упорядоченность в наборе из 2^K K -разрядных чисел, фигурирующем в геноматрице с размером $(2^K \times 2^K)$, выполняется для любых геноматриц рассматриваемого кронекеровского семейства при замене этих чисел их аналогами по модулю 2^K . Мультипликативные или аддитивные геноматрицы водородных связей [Петухов, 2001] также являются матрицами диадических сдвигов.

Матрицы $(2^K \times 2^K)$ диадических сдвигов являются бисимметрическими матрицами, т.е. симметричными относительно обеих диагоналей. Они представляют собой диадические коды и имеют фракталоподобное блочное строение в форме системы вложенных циклических кодов. Это выражается в том, что блоки $(2^{K-1} \times 2^{K-1})$ такой матрицы оказываются матрицами циклических сдвигов (циклическими кодами), причем составляющие их блоки $(2^{K-2} \times 2^{K-2})$ сами являются циклическими кодами и т.д.

Описываемые бисимметрические геноматрицы обладают свойством мозаико-инвариантности, т.е. свойством сохранять мозаику расположения видов чисел при возведении этих матриц в степень, умножении на другие бисимметрические матрицы, имеющие такой же по количеству и расстановке набор чисел, величины которых могут быть совершенно другими. Более того, это свойство мозаико-инвариантности сохраняется даже в том случае, если элементами перемножаемых бисимметрических матриц являются комплексные числа, произвольные функции от времени, блочные матрицы и т.д. [Петухов, 2001-2006]. С точки зрения ТДС и обобщенной спектральной теории данное свойство представляется важным для выбора базисных систем функций для анализа и синтеза информационных цепей с переменными параметрами, существование которых характерно для живого организма с его биоритмическими изменениями.

Свойство мозаико-инвариантности отличает эти геноматрицы диадических сдвигов от матриц циклических сдвигов. Последние являются моносимметрическими, т.е. симметричными относительно либо главной, либо второй диагонали матрицы в зависимости от направления циклического сдвига при переходе от предыдущей строки матрицы к последующей. При умножении этих циклических матриц на матрицы, сходные по мозаике расположения элементов (например, при возведении циклических матриц во вторую степень), они изменяют свой вид симметрии, становясь симметричными относительно другой диагонали. Поскольку циклические матрицы по этому признаку симметрии являются инволютивными, то они не обладают свойством мозаико-инвариантности. Данное различие между матрицами диадических и циклических сдвигов может иметь биологическое значение в связи с проблемой кодирования информации для ее помехоустойчивой передачи по наследству и для согласования информационных кодов на разных физиологических уровнях. Автор верит в то, что в силу единства живого организма на разных физиологических уровнях используются одни и те же (или очень близкие) виды кодов для обеспечения помехоустойчивости биологической информации. Помехоустойчивость кажется ключевым словом в рассматриваемой проблематике и удивительным биоинформационным феноменом, позволяющим организму сохранять свои функциональные способности в условиях постоянных внешних воздействий на организм и его онтогенетических трансформаций. Для анализа генетической помехоустойчивости оказываются полезными коды Хэмминга, связанные с циклическими генокодами. Интересные дополнительные материалы дает рассмотрение аналогий в гиперболическом характере бисимметрических числовых геноматриц и вездесущего фликкер-шума как возможного участника процессов самоорганизации.

Двоично-инверсные числа и геноматрицы. В ТДС известны m -ично инверсные числа, связанные с прямым и обратным порядком записи чисел в системах счисления с основанием m . Автором выявлена их полезность для выявления скрытых симметрий в системах генетического кодирования. В частности, замена бинарных номеров столбцов и строк геноматрицы 64 триплетов их двоично-инверсионными аналогами (при этом номера 0,1,2,3,4,5,6,7 заменяются соответственно на номера 0,4,2,6,1,5,3,7) приводит к матрице, в которой каждый триплет заменен его инверсионным аналогом. Например, триплет CAG заменен триплетом GAC, а триплет CAC остается в своей ячейке, поскольку его вид не зависит от направления его прочтения. Возникающая при такой замене новая матрица называется инверсионно-нормированной (кратко, И-матрицей). При этом И-матрица отличается от исходной Р-матрицы перестановкой 48 триплетов; 16 триплетов не меняют своих позиций.

И-геноматрица Таблицы 2 соответствует генетическому коду митохондрий позвоночных, который признается в генетике самым древним и идеальным. Она, как и исходная геноматрица $P^{(3)}$, имеет черные и белые ячейки [Петухов, 2001; 2006]. Черные клетки содержат те триплеты, кодовое значение которых не зависит от их третьей буквы, а белые – те триплеты, кодовое значение которых зависит от третьей буквы. Видно, что эта матрица, полученная чисто формальным образом путем возведения в третью кронекеровскую степень базовой матрицы Р и последующей перестановки столбцов и строк согласно их двоично-инверсионной перенумерации, вдруг оказывается в высокой степени симметричной. Это свидетельствует об адекватности названного подхода.

Табл. 2. *Инверсионно-нормированная геноматрица 64 триплетов, для каждого из которых указана кодируемая им аминокислота или стоп-сигнал. Пояснения в тексте.*

	111	011	101	001	110	010	100	000
111	CCC Pro	ACC Thr	CAC His	AAC Asn	CCA Pro	ACA Thr	CAA Gln	AAA Lys
011	UCC Ser	GCC Ala	UAC Tyr	GAC Asp	UCA Ser	GCA Ala	UAA Stop	GAA Glu
101	CCU Leu	AUC Ile	CGC Arg	AGC Ser	CUA Leu	AUA Met	CGA Arg	AGA Stop
001	UUC Phe	GUC Val	UGC Cys	GGC Gly	UUA Leu	GUA Val	UGA Trp	GGA Gly
110	CCU Pro	ACU Thr	CAU His	AAU Asn	CCG Pro	ACG Thr	CAG Gln	AAG Lys
010	UCU Ser	GCU Ala	UAU Tyr	GAU Asp	UCG Ser	GCG Ala	UAG Stop	GAG Glu
100	CUU Leu	AUU Ile	CGU Arg	AGU Ser	CUG Leu	AUG Met	CGG Arg	AGG Stop
000	UUU Phe	GUU Val	UGU Cys	GGU Gly	UUG Leu	GUG Val	UGG Trp	GGG Gly

В этой И-геноматрице все квадранты тождественны по своей мозаике черных и белых триплетов, которая характеризуется к тому же зеркальной антисимметрией для левой и правой половин квадранта. Более того, симметрия распространяется на феноменологию расположения аминокислот и стоп-сигналов в этой геноматрице: ее верхняя и нижняя половины тождественны по видам и позициям всех аминокислот и стоп-сигналов, а левая и правая половины геноматрицы совпадают по видам аминокислот в черных ячейках. Каждая строка этой матрицы (как и каждая строка ее квадрантов) по своей мозаике соответствует нечетной функции относительно средней вертикали матрицы (квадранта); при замене в ячейках черного и белого цветов на числа +1 и -1 эти строки оказываются связанными с функциями Радемахера и Уолша (как и строки исходной геноматрицы). Каждый квадрант И-геноматрицы триплетов по мозаике оказывается тождественен И-матрице дуплетов. Числовые геноматрицы водородных связей ($A=U=2$, $C=G=3$), получаемые из таких символьных И-геноматриц одним из упомянутых выше

способов, являются бисимметрическими матрицами диадических сдвигов, как и исходные геноматрицы.

Отметим дополнительно, что символьные геноматрицы $P^{(K)}$ по расположению в них мультиплетов, вид которых меняется при их чтении в обратном порядке букв, наделены симметриями и связаны с матрицами Адамара. Поясним это на примере геноматрицы $P^{(3)}$, в которой каждую ячейку с триплетом, зависимым от направления его чтения, обозначим через «+1», а каждую ячейку с независимым триплетом – через «-1». При этом возникает числовая матрица B , в которой верхняя и нижняя половины, а также левая и правая половины зеркально симметричны по расположению чисел +1 и -1. Каждый ее квадрант (4x4) также обладает симметриями по расположению этих чисел: его верхняя и нижняя половины, а также левая и правая половины тождественны. В каждом квадранте (4x4) все четыре субквадранта (2x2) тождественны друг другу и являются матрицами Адамара. Вся матрица B (8x8) становится матрицей Адамара, если в каждом ее ячейке изменить знак столько раз, сколько в соответствующем этой ячейке триплете встречается эта же особая буква U на второй и третьей позициях; при этом одновременно каждый ее квадрант (4x4) и каждый ее субквадрант (2x2) также являются матрицами Адамара, образуя в совокупности картину вложенных матриц с «адамаровой фрактальностью».

Геноматрицы с высокой индивидуальной симметрией по черно-белой мозаике триплетов и расположению видов аминокислот образуются также при замене в геноматрице $P^{(3)}$ и ее И-геноматрице всех триплетов на их аналоги с циклическим сдвигом букв на одну (а также две) позиции. Образуется содержательная симметрологическая группа 6 геноматриц, базирующаяся на группе 6 возможных перестановок триплета. Эти 6 геноматриц одновременно становятся 6 различными матрицами Адамара при учете особого статуса буквы U , давая 6 различных базисных систем векторов для 6 параллельных вариантов спектрального разложения. Отмечается аналогия данного набора 6 геноматриц и 6 перестановок букв каждого триплета с набором 6 цветов (базовых и дополнительных, соединяемых звездой Соломона) на цветовом круге психофизики зрительного восприятия. Анализируются структуры генетических секвенций с позиций их возможной связи с этим набором 6 вариантов геноматриц и 6 спектральных адамаровых представлений. Через матрицы Адамара биоинформатика оказывается связанной с инвариантами проективной геометрии, роль которых в морфогенезе отмечалась автором ранее. Ограниченный объем статьи не позволяет привести все уже полученные результаты на плодотворном пути матричного представления систем генетических элементов в рамках выдвигаемой автором концепции информогенеза, связанной с биологической самоорганизацией и использованием кодов как средства обеспечения помехоустойчивости в биоинформатике.

Литература:

1. Гессе Г. Игра в бисер. - Собрание сочинений в 4-х томах, том 4, Спб, Изд-во Северо-Запад, 1994, 543 с.
2. Еремеев В.Е. Символы и числа «Книги перемен». – М., Ладомир, 2005, 600 с.
3. Петухов С.В. Бипериодическая таблица генетического кода и число протонов.. – М., 2001, 258 с.
4. Петухов С.В. Симметрии в биологии. – Приложение к книге: Шубников А.В., Копчик В.А. «Симметрия в науке и искусстве», 3-е издание, М, 2004, с. 482-513.
5. Петухов С.В. Метафизические аспекты матричного анализа генетического кодирования и золотое сечение. - Метафизика (под ред. Ю.С.Владимирова). – Москва, Бином, 2006, с.216-250.
6. Петухов С.В. Пифагоровы отношения параметров триплетов в генетических секвенциях и генетическая музыка. - Депонировано в ВИНТИ РАН 29.05.2006г, № 709-В2006 (Указатель ВИНТИ «Депонированные научные работы», № 7 за 2006г.)

7. Петухов С.В. Музыка, генетика и живая природа. - Депонировано в ВИНТИ РАН 26.09.2006г, № 1179-B2006 (Указатель ВИНТИ «Депонированные научные работы», № 11 за 2006г.)
8. Петухов С.В. Матрицы генетического кода и музыка. - Объединенный научный журнал, №13 (173), июнь 2006, с. 46-48.
9. Kappraff J. The arithmetic of Nichomachus of Gerasa and its applications to systems of proportions. – Nexus Network Journal, v.2, # 4 (October 2000), <http://www.nexusjournal.com/Kappraff.html>
10. Needham J. Science and Civilization in China, v.4, Chapter (h): Sound (Acoustics). Cambridge University Press, 1962.
11. Petoukhov S.V. Genetic Codes. - Symmetry in Genetic Information, ed. Petoukhov S.V., special issue of the journal “Symmetry: Culture and Science”, Budapest, 2001: Internat. Symmetry Foundation, p. 255-306.
12. Petoukhov S.V. Attributive conception of genetic code, its bi-periodic tables and a problem of unification bases of biological languages.-“Symmetry: Culture and Science”, 2003, # 1-4, p.40-59
13. Petoukhov S.V. The rules of degeneracy and segregations in genetic codes. The chronocyclic conception and parallels with Mendel’s law’s. - «Advances in Bioinformatics and its Applications” (editors – M.He, G.Narasimhan, S.Petoukhov), Proceedings of the International Conference (Florida, USA, 16-19 December 2004), Series in Mathematical Biology and Medicine, v.8, 2005, pp.512-532, New Jersey-London-Singapore-Beijing, World Scientific.
14. Petoukhov S.V. Hadamard matrices and quint matrices in matrix presentations of molecular genetic systems. - “Symmetry: Culture and Science”, 2005, № 3.
15. Petoukhov S.V. Bioinformatics: metric genotensors, generalized crystallography and musical scales in genetic molecules. - “Symmetry: Culture and Science”, 2006, Proceedings of the International conference “Symmetry Festival 2006”, 12-18 August, 2006, Budapest (в печати).

Данные об авторе:

Петухов Сергей Валентинович,

доктор физико-математических наук, лауреат Государственной премии СССР, главный научный сотрудник отдела биомеханики Института машиноведения РАН, председатель ученого совета «Международной ассоциации симметрии» (Венгрия), почетный директор «Международного общества симметрии в биоинформатике» (США).

petoukhov@hotmail.com, <http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0702-00.htm>