

ТЕНЗОРНЫЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ МАТРИЦ В ИЗУЧЕНИИ ОРГАНИЗМА КАК ГЕНЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ РЕЗОНАНСОВ

С.В. Петухов

Института машиноведения РАН, Москва, Россия

spetoukhov@gmail.com

Статья посвящена новому модельному подходу к изучению роли волновых и вибрационных процессов в генетически наследуемой организации живых тел. Этот подход основан на матричном анализе и использует известное свойство матриц отображать резонансы. Основное внимание уделено системам резонансов в тензорных семействах матриц, базирующихся на тензорном (или кронекеровском) произведении. Введено понятия таблиц наследования собственных значений матриц из таких семейств и показана их аналогия с решетками Пеннета полигибридного скрещивания организмов по законам Менделя. Матричный анализ свидетельствует в пользу следующего: алфавиты генетического кода есть алфавиты резонансов; соответственно, генетический код есть код систем резонансов, а генетические тексты на основе этих алфавитов есть тексты, написанные на языке резонансов; аллели генов, фигурирующие в законах Менделя, можно интерпретировать как резонансы (собственные значения матриц) некоторых колебательных систем. Формулируется концепция резонансного генома. Развиваются идеи вибрационной генетической биомеханики, использующие сопряжение наследуемых биологических процессов с феноменами вибрационной механики.

Ключевые слова: генетическое кодирование, резонанс, тензорные произведения матриц, собственные значения матриц, собственные вектора, решетки Пеннета, ДНК, генетические алфавиты, функции Уолша, матрицы Адамара, функции Радемахера, гиперкомплексные числа.

1 Введение

Живой организм представляет собой огромный хор согласованных колебательных процессов, сопряженных с их генетическим наследованием из поколения в поколение. С древних времен хрономедицина и биоритмология полагают, что все болезни являются результатом рассогласований в этом упорядоченном множестве колебательных процессов, а потому важно изучать эту согласованную упорядоченность. С формальной точки зрения живой организм является колебательной системой с большим числом степеней свободы, причем в онтогенетическом развитии организма от зародыша во взрослую особь ее количество степеней свободы сильно возрастает при сохранении согласованности колебательных процессов в ней на каждом этапе развития. Резонансы в такой системе могут служить механизмами согласования и упорядочения множества ее колебательных процессов. Возможности резонансных согласований давно привлекают внимание исследователей. Так, Н. Тесла считал закон резонанса наиболее общим природным законом и утверждал, что все связи между явлениями устанавливаются исключительно путем разного рода простых и сложных резонансов — согласованных вибраций физических систем. Книга “Вибрационная медицина” [1] говорит о резонансах как ключе, который откроет дверь в мир жизненных процессов.

Но резонансными свойствами обладают все природные объекты как живые, так и прочие. И видов резонансных систем, вообще говоря, может существовать бесконечное количество. Имеют ли живые организмы какую-то отличительную специфику в их наследуемой системе резонансных характеристик, сопряженную с генетическими феноменами и структурами молекулярной системы генетического кодирования?

В данной статье представлен развиваемый автором модельный подход, результаты исследования в рамках которого свидетельствуют в пользу специфичности биологической системы наследуемых многообразий резонансов, расширяющихся в ходе онтогенеза организма. Этот модельный подход строится на относительно узком классе систем резонансов, который связан с собственными значениями и собственными векторами $(2^n \times 2^n)$ -матриц из тензорных семейств, базирующихся на тензорном (или кронекеровском) произведении (2×2) -матриц.

Матрицы наделены замечательным свойством отображать резонанс, который иногда называют их главным качеством [2, с.21, 26]. Физическое явление резонанса хорошо знакомо каждому. Моделируя прохождение сигнала s через акустическую систему A , представленную матрицей A , записывают $y = A \times s$. Если входной сигнал s – резонансный тон, тогда выходной сигнал y повторит его с точностью до масштабного множителя $y = \lambda \times s$ подобно тому, как настроенная музыкальная струна вторит камертону. У матрицы количество резонансных тонов (“струн”) отвечает ее размеру и количеству степеней свободы той системы, которую она представляет. Эти резонансные тоны называют собственными векторами матрицы, а масштабные коэффициенты при них – ее собственными значениями, набор которых составляет спектр системы A (или матрицы A). Частоты $\omega_i = \lambda_i^{0.5}$ называются собственными частотами системы, а соответствующие им собственные векторы называются ее собственными формами колебаний (или просто собственными колебаниями). Эти свободные незатухающие колебания происходят в системе при отсутствии в ней сил трения и действия внешних возбуждающих сил. Поведение системы при свободных колебаниях определяет ее поведение при многих других условиях. Если задать системе некоторую статическую деформацию, а затем освободить систему, то возникнут свободные колебания по всем соответствующим формам; каждое из таких колебаний будет происходить с соответствующей собственной частотой независимо от остальных движений. В этой связи для теории колебаний одной из основных задач является определение собственных частот (математически, собственных значений операторов) и собственных форм колебаний тела. Для нахождения всех собственных значений λ_i (т.е. спектра системы A) и собственных векторов матрицы A , задаваемых уравнением $A \times s = \lambda \times s$, исследуют “характеристическое уравнение” матрицы A : $\det(A - \lambda E) = 0$, где E – единичная матрица. Характеристическое уравнение вместе с его собственными значениями и собственными векторами является основным в теории механических, электрических и других колебаний на макроскопическом или микроскопическом уровнях.

В настоящей статье рассматриваются спектры $(2^n \times 2^n)$ -матриц, возникающих в результате тензорных произведений исходных (2×2) -матриц и используемых в излагаемом подходе для моделирования генетических феноменов и структур. Тензорное произведение матриц, обозначаемое \otimes , давно применяется в математике, физике, информатике, теории управления, теории кодирования и пр. Оно используется для алгоритмического порождения пространств с большей размерностью на базе пространств с меньшей размерностью (напоминая возрастание степеней свободы у ансамбля клеток растущего организма при их делении). Соответственно тензорное умножение матриц, соответствующих системам с исходным числом степеней свободы, позволяет переходить к матрицам систем с возросшим количеством степеней свободы.

По определению, тензорным произведением двух квадратных матриц V и W порядка m и n соответственно называется матрица $Q = V \otimes W = ||v_{ij} \times W||$ увеличенного порядка $m \times n$ [3]. Тензорное произведение обладает свойством наследования мозаичной структуры исходной матрицы при ее возведении в тензорные степени. Это связывает его с фракталами [4, глава X]. Рис. 1 показывает два примера такого образования фрактальных паттернов, вид которых зависит от мозаики матрицы, возводимой в тензорную степень.

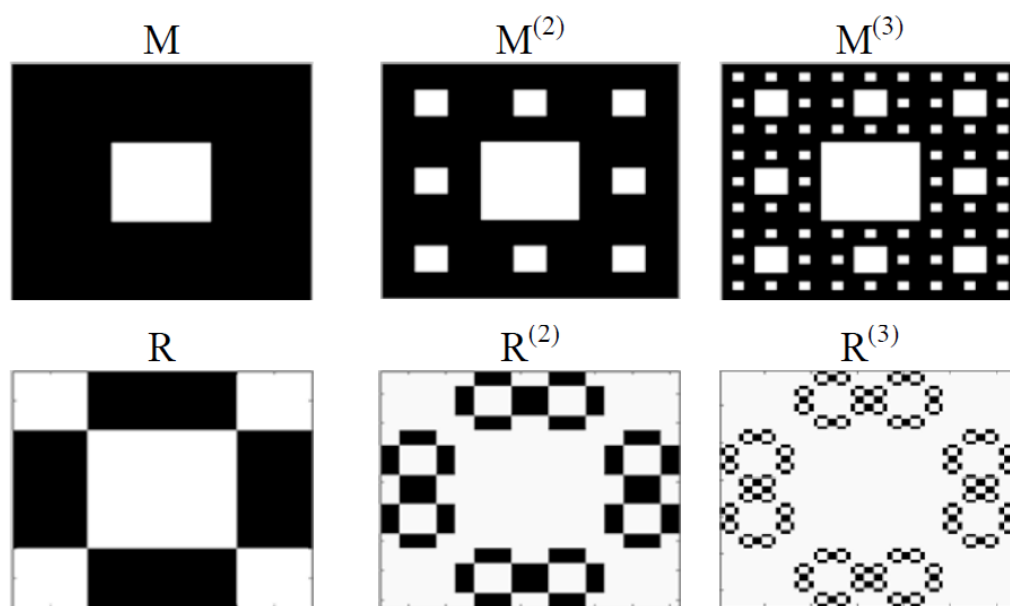


Рис. 1: Фрактальные паттерны, образующиеся при возведении матрицы в тензорные степени (n), зависят от ее вида, который “наследуется” в последующие матрицы тензорного семейства. Вверху: пример фрактального ковра Серпинского, образующегося в тензорном семействе матриц $M^{(n)} = [1, 1, 1; 1, 0, 1; 1, 1, 1]^{(n)}$. Внизу: пример фрактальных паттернов в тензорном семействе матриц $R^{(n)} = [0, 1, 1, 0; 1, 0, 0, 1; 1, 0, 0, 1; 0, 1, 1, 0]^{(n)}$. Черный и белый цвета в мозаиках матриц соответствуют их элементам 1 и 0.

2 Таблицы наследования собственных значений матриц вибросистем и решетки Пеннета из генетики

Тензорные произведения матриц наделены также свойством “наследования” собственных значений: если исходные матрицы V и W имеют собственные значения λ_i и μ_j соответственно, то все собственные значения их тензорного произведения $Q = V \otimes W$ являются произведениями $\lambda_i \times \mu_j$ этих собственных значений, тем самым “наследуемых” в такой форме. В силу данного свойства при последовательном возведении матрицы в возрастающие тензорные степени возникают деревья “гибридов” собственных значений, состоящих только из произведений наследуемых собственных значений исходной матрицы.

Особенности наследования собственных значений исходных (или “родительских”) матриц при тензорном перемножении матриц удобно представлять в виде “таблиц наследования”. Например, для (2×2) -матриц V и W , имеющих одинаковый набор собственных значений A и a , их тензорное произведение $Q = V \otimes W$ наделено собственными значениями $A \times A$, $A \times a$, $A \times a$, $a \times a$, что представлено в табличной форме на Рис. 2 сверху. Этот случай тензорного “скрещивания” родительских матриц мы условно называем “моногибридным скрещиванием” матриц вибросистем.

Рис. 2 показывает еще два примера таблиц наследования спектров при “полигибридном” скрещивании: средняя таблица Рис. 2 – таблица наследования для родительских матриц, четыре собственных значения которых AB , Ab , aB , ab состоят из двух сомножителей (случай “дигибридного” скрещивания); внизу – таблица наследования для родительских матриц, восемь собственных значений которых ABD , ABd , ... состоят из трех сомножителей (случай “тригибридного” скрещивания).

Эти таблицы наследования для спектров вибросистем подобны решеткам Пеннета для полигибридного скрещивания организмов (Рис. 3). Решетки Пеннета в генетике и ее учебниках представляют с 1906 года законы Менделя наследования признаков при полигибрид-

		<i>Спектр W</i>	
		A	a
<i>Спектр V</i>	A	$A \times A$	$A \times a$
	a	$A \times a$	$a \times a$

		<i>Материнский спектр</i>			
		AB	Ab	aB	ab
<i>Отцовский спектр</i>	AB	AABB	AABb	AaBB	AaBb
	Ab	AABb	AAbb	AaBb	Aabb
	aB	AaBB	AaBb	aaBB	aaBb
	ab	AaBb	Aabb	aaBb	aabb

		<i>Материнский спектр</i>							
		ABD	ABd	AbD	Abd	aBD	aBd	abD	abd
<i>Отцовский спектр</i>	ABD	AABBDD	AABBdD	AABbDD	AABbDd	AaBBDD	AaBBdD	AaBbDD	AaBbDd
	ABd	AABBdD	AABBdd	AABbDd	AABbdd	AaBBdD	AaBBdd	AaBbDd	AaBbdd
	AbD	AABbDD	AABbDd	AAbbDD	AAbbDd	AaBbDD	AaBbDd	AabbDD	AabbDd
	Abd	AABbDd	AABbdd	AAbbDd	AAbbdd	AaBbDd	AaBbdd	AabbDd	Aabbdd
	aBD	AaBBDD	AaBBdD	AaBbDD	AaBbDd	aaBBDD	aaBBdD	aaBbDD	aaBbDd
	aBd	AaBBdD	AaBBdd	AaBbDd	AaBbdd	aaBBdD	aaBBdd	aaBbDd	aaBbdd
	abD	AaBbDD	AaBbDd	AabbDD	AabbDd	aaBbDD	aaBbDd	aabbDD	aabbDd
	abd	AaBbDd	AaBbdd	AabbDd	Aabbdd	aaBbDd	aaBbdd	aabbDd	aabbdd

Рис. 2: Примеры таблиц наследования собственных значений “родительских” $(2^n \times 2^n)$ -матриц при их тензорном перемножении, которое выступает в роли операции тензорного “скрещивания” двух матриц вибросистем и сопоставляет им матрицу вибросистемы с увеличенным количеством степеней свободы. Показаны случаи моногибридного, дигибридного и тригибридного (внизу) тензорного скрещивания. Пояснения в тексте.

ном скрещивании¹. Эти решетки — графический метод определения генотипа по сочетанию мужских и женских гамет при скрещивании, предложенный английским биологом Р. Пеннетом (R. Punnett). Только в решетках Пеннета вместо собственных значений матриц и их комбинаций фигурируют аналогичные комбинации доминантных и рецессивных аллелей генов от родительских репродуктивных клеток – гамет.

Отмечаемая нами формальная аналогия между решетками Пеннета комбинаций аллелей при полигибридном скрещивании организмов и таблицами наследования собственных значений матриц вибросистем порождает следующую мысль:

- аллели генов и их комбинации можно интерпретировать как собственные значения $(2^n \times 2^n)$ -матриц из тензорных семейств матриц колебательных систем. Этот модельный подход акцентирует внимание на возможную важность для генетических систем особого класса взаимно связанных резонансов из тензорных семейств матриц, играющих роль биологических “матричных архетипов”.

Дополнительно отметим связь этой тематики с алгебрами гиперкомплексных чисел. Учет бинарно-оппозиционных признаков гомозиготности и гетерозиготности по аллелям генов позволяет представлять отдельные комбинации аллелей посредством символов “+1” и “-1”, что порождает соответствующие числовые представления решеток Пеннета и ана-

¹https://ru.wikipedia.org/wiki/Решётка_Пеннета

		<i>Материнские гаметы</i>	
		A	a
<i>Отцовские гаметы</i>	A	$A \times A$	$A \times a$
	a	$A \times a$	$a \times a$

		<i>Материнские гаметы</i>			
		AB	Ab	aB	ab
<i>Отцовские гаметы</i>	AB	AABB	AABb	AaBB	AaBb
	Ab	AABb	AAbb	AaBb	Aabb
	aB	AaBB	AaBb	aaBB	aaBb
	ab	AaBb	Aabb	aaBb	aabb

		<i>Материнские гаметы</i>							
		ABD	ABd	AbD	Abd	aBD	aBd	abD	abd
<i>Отцовские гаметы</i>	ABD	AABBDD	AABBDDd	AABbDD	AABbDd	AaBBDD	AaBBDDd	AaBbDD	AaBbDd
	ABd	AABBDDd	AABBdd	AABbDd	AABbdd	AaBBDDd	AaBBdd	AaBbDd	AaBbdd
	AbD	AABbDD	AABbDd	AAbbDD	AAbbDd	AaBbDD	AaBbDd	AabbDD	AabbDd
	Abd	AABbDd	AABbdd	AAbbDd	AAbbdd	AaBbDd	AaBbdd	AabbDd	Aabbdd
	aBD	AaBBDD	AaBBDDd	AaBbDD	AaBbDd	aaBBDD	aaBBDDd	aaBbDD	aaBbDd
	aBd	AaBBDDd	AaBBdd	AaBbDd	AaBbdd	aaBBDDd	aaBBdd	aaBbDd	aaBbdd
	abD	AaBbDD	AaBbDd	AabbDD	AabbDd	aaBbDD	aaBbDd	aabbDD	aabbDd
	abd	AaBbDd	AaBbdd	AabbDd	Aabbdd	aaBbDd	aaBbdd	aabbDd	aabbdd

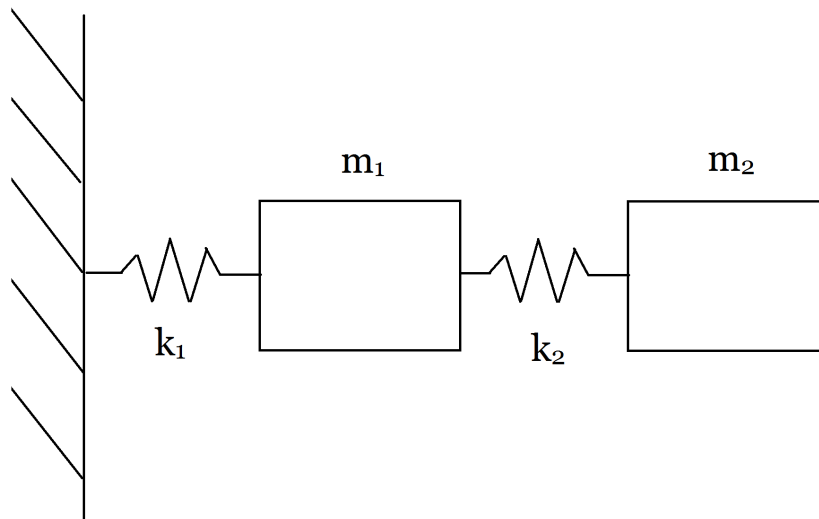
Рис. 3: Примеры решеток Пеннета для моногибридного, дигибридного и тригибридного скрещивания организмов по законам Менделя.

логичных им таблиц наследования собственных значений матриц вибросистем. Эти числовые матричные представления при их диадо-сдвиговой декомпозиции оказываются наборами разреженных матриц, замкнутыми по умножению и соответствующими определенным таблицам умножения гиперкомплексных чисел (см. Приложение 1).

3 Матричные уравнения колебательных систем в теории колебаний

В теории колебаний для анализа колебательных систем со многими степенями свободы используются системы дифференциальных уравнений, которые представляются в сжатой и удобной матричной форме. При этом матричные представления колебательных систем со многими степенями свободы и заданными параметрами позволяют определить их собственные числа и собственные вектора. Это описано во многих монографиях и учебниках, иногда отличающихся по терминологии. Настоящая статья использует терминологию и примеры из обстоятельной книги [5], в которой рассмотрены теория и матричные уравнения множества конкретных колебательных систем. Например, пружинно-массовая система с двумя степенями свободы и параметрами, указанными на Рис. 4, соответствует (2×2) -матрице, спектр которой состоит из двух собственных чисел λ_1 и λ_2 . Каждое из них равно квадрату частоты колебаний ω_1^2 и ω_2^2 на том резонансном тоне, который соответствует собственному вектору данного собственного числа.

Матрица в примере на Рис. 4 является симметричной относительно главной диагонали. Симметрические матрицы имеют вещественные собственные значения и ортонормированные собственные вектора. Большинство матриц, которые актуальны в различных задачах



$$\begin{vmatrix} k_1 + k_2 - \lambda m_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 - \lambda m_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \omega_{1,2}^2 = \{(k_2 m_1 + k_1 m_2 + k_2 m_2) \pm ((k_2 m_1 + k_1 m_2 + k_2 m_2)^2 - 4k_1 k_2 * m_1 * m_2)^{0.5}\} / 2m_1 m_2$$

Рис. 4: Пример пружинно-массовой системы с двумя степенями свободы, массами m_1 и m_2 , жесткостью пружин k_1 и k_2 . Даны матричное уравнение для свободных колебаний объекта, а также выражения собственных значений $\lambda_{1,2}$.

теории колебаний, является симметрическими [5, с. 178]. Важное место в теории колебаний занимают матрицы Якоби, которые по определению являются симметрическими трехдиагональными матрицами и которые появляются в простейших видах колебательных систем – линейных последовательностях масс, соединенных пружинами [5, с. 15]. Вещественные собственные числа этих матриц всегда различны и упорядочиваются по величине.

Тензорное умножение (“скрещивание”) матриц таких двух вибросистем с двумя степенями свободы и собственными значениями λ_1 и λ_2 приводит к матрице вибросистемы с четырьмя степенями свободы, собственные значения которой выражаются через наследуемые собственные значения матриц родительских вибросистем: λ_1^2 , $\lambda_1 \lambda_2$, $\lambda_1 \lambda_2$, λ_2^2 . Этот алгоритмический процесс тензорного порождения колебательных систем с возрастающими степенями свободы и наследуемыми собственными значениями матриц можно продолжать бесконечно, переходя к системам со сколь угодно большим количеством степеней свободы.

4 Генетические алфавиты и тензорные системы резонансов

В прошлом веке в науке произошло великое объединение живых организмов: основы молекулярной системы генетического кодирования, связанные с молекулами ДНК, оказались одинаковыми у всех видов организмов. Возникло новое понимание самой жизни: “*Жизнь есть партнерство между генами и математикой*” [6].

Но какая математика является партнером генетического кода, система которого обладает помехоустойчивыми свойствами? Пытаясь нащупать такую математику, автор обратился к изучению системы взаимно связанных генетических алфавитов. На этом пути были неожиданно обнаружены связи молекулярно-генетической системы с известными

формализмами инженерной теории помехоустойчивого кодирования, например, тензорными произведениями матриц; ортогональными системами функций Радемахера и Уолша; проекционными операторами; гиперкомплексными числовыми системами, включая кватернионы и бикватернионы Гамильтона [7–12]. Данные результаты представляются интересными в свете закона Менделя независимого комбинирования признаков: информация из микромира генетических молекул диктует конструкцию в макромире живых организмов, несмотря на сильные шумы и помехи, сразу по многим независимым каналам (например, цвета волос, кожи и глаз наследуются независимо друг от друга). Этот диктат осуществляется посредством неизвестных алгоритмов многоканального помехоустойчивого кодирования. Следовательно, каждый организм представляет собой алгоритмическую машину многоканального помехоустойчивого кодирования. Для познания этой генетической машины целесообразно использовать теорию помехоустойчивого кодирования, базирующуюся на матрицах и применяемую в технике для решения сходных задач, например, помехоустойчивой передачи качественных фотографий поверхности Марса на Землю в условиях сильного искажения и ослабления несущих электромагнитных сигналов, проходящих через миллионы километров помех. Это является одной из причин для концентрации внимания на матричном анализе структур генетического кода.

Наборы и последовательности резонансов могут использоваться для передачи информации. Наша речевая и вокальная коммуникации основаны на генетически наследуемой способности нашего аппарата голосообразования, как колебательной системы со многими степенями свободы, настраиваться на ансамбли резонансов для генерации звуков определенного спектрального состава и использовать резонансы как носители информации. Но согласно классикам структурной лингвистики (Р. Якобсон и др.), наш язык возник не на пустом месте, а является продолжением и надстройкой самого древнего и самого живого из всех языков – генетического языка (подробнее это освещено в книге [7, §6.1]). Это служит одним из поводов исследовать генетическую систему, включая генетические алфавиты, с позиций матричной математики резонансов колебательных систем со многими степенями свободы.

Автором выдвигается гипотеза о том, что генетические алфавиты построены на базе систем резонансов, точнее спектров собственных значений и собственных векторов из тензорных семейств $[2^n \times 2^n]$ -матриц. С позиций данной гипотезы представим один из вариантов рассмотрения особенностей генетических алфавитов, свидетельствующий в пользу этой гипотезы.

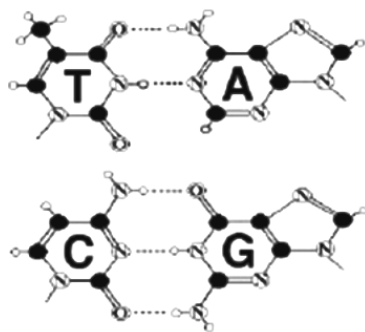
Как известно, молекула наследственности ДНК содержит вдоль своих нитей последовательность четырех азотистых оснований - четырех “букв” базового генетического алфавита ДНК: аденина А, цитозина С, гуанина G, тимина Т. Алфавит поделен на комплементарные пары букв: А–Т и С–G, стоящих на двух нитях ДНК всегда напротив друг друга. Генетический код кодирует последовательности 20 видов аминокислот в цепевидных белках с помощью 64 триплетов, представляющих собой всевозможные комбинации из этих четырех букв типа САG, GCT, ATC, ...

Система генетического кодирования базируется на наборах (алфавитах) n -плетов:

- набор 4 моноплетов (азотистых оснований А, С, G, Т);
- набор $4^2 = 16$ дуплетов (АА, АС, АG, ...);
- набор $4^3 = 64$ триплетов (ААА, ААС, АСА, ...).

(Эти же числа алфавитов 4, 16, 64 фигурируют в рассмотренных решетках Пеннета и таблицах наследования собственных значений).

Будем полагать четыре азотистые основания ДНК собственными значениями некоторых матриц и располагать их на диагоналях соответствующих диагональных матриц,



ПРИЗНАК	G	A	T	C
1) Пирамидины (C, T), пурины (A, G)	0 ₁	0 ₁	1 ₁	1 ₁
2) Амино (A, C) и кето (G, T)	0 ₂	0 ₂	1 ₂	1 ₂
3) Комплементарность (C, G) и (A, T) на трёх и двух водородных связях	0 ₃	0 ₃	1 ₃	1 ₃

Рис. 5: Вверху: молекулярное строение четырех азотистых оснований (“букв”) ДНК. Внизу: разбиение четырехбуквенного алфавита ДНК на три бинарных субалфавита по трем бинарно-оппозиционным признакам. В каждом бинарном субалфавите буквы, образующие пару эквивалентности, обозначены символами 1 или 0.

используя следующее:

- любая квадратная матрица с различными собственными значениями λ_i трансформируется в ее диагональную форму (за счет подбора базиса), в которой все ее собственные значения лежат на ее диагонали, а все остальные члены равны нулю;
- тензорные произведения диагональных матриц всегда порождают диагональные матрицы.

Науке не известно, почему базовый алфавит ДНК состоит именно из четырех полиатомных конструкций А, С, G, Т очень простого строения. Набор этих четырех конструкций не совершенно разнороден, а является носителем содержательной симметрической системы различительно-объединяющих признаков (или, точнее, пар “признак-антипризнак”). Эта система пар оппозиционных признаков разбивает четырехбуквенный алфавит всеми тремя возможными способами на различные пары букв, эквивалентные по одному из этих признаков или его отсутствию (Рис. 5).

Так, две из этих букв – С и Т – эквивалентны друг другу по признаку пиримидиновости (имеют одно кольцо в их молекулярном строении), а две другие буквы – А и G – эквивалентны между собой по оппозиционному признаку пуриновости (имеют два кольца). По признаку “амино или кето” попарно эквивалентными выступают другие буквы: А=С и G=Т. По признаку сильных или слабых водородных связей в комплементарных парах азотистых оснований образуется третий вид пар эквивалентности: G=С и А=Т.

Таблица на Рис. 5 показывает, что каждая буква кода имеет три “лица” или значения в трех бинарных субалфавитах по названным признакам. По каждому из признаков четырехбуквенный алфавит кода свертывается в двухбуквенный алфавит. Соответственно, генетический текст в виде строчной последовательности четырех букв кода представлен тремя параллельными и различными последовательностями нулей и единиц. Образно говоря, в ДНК генетическая последовательность букв оказывается связкой параллельно сосуществующих текстов на трех разных языках, отражая свойство полиязычности или многомерности генетических последовательностей.

$\begin{vmatrix} C & 0 \\ 0 & A \end{vmatrix} = [C, A]_d$ $\begin{vmatrix} T & 0 \\ 0 & G \end{vmatrix} = [T, G]_d$	$[C, A]_d \otimes [C, A]_d = [CC, CA, AC, AA]_d$ $[C, A]_d \otimes [T, G]_d = [CT, CG, AT, AG]_d$ $[T, G]_d \otimes [C, A]_d = [TC, TA, GC, GA]_d$ $[T, G]_d \otimes [T, G]_d = [TT, TG, GT, GG]_d$
$[C, A]_d \otimes [C, A]_d \otimes [C, A]_d = [CCC, CCA, CAC, CAA, ACC, ACA, AAC, AAA]_d$ $[C, A]_d \otimes [C, A]_d \otimes [T, G]_d = [CCT, CCG, CAT, CAG, ACT, ACG, AAT, AAG]_d$ $[C, A]_d \otimes [T, G]_d \otimes [C, A]_d = [CTC, CTA, CGC, CGA, ATC, ATA, AGC, AGA]_d$ $[C, A]_d \otimes [T, G]_d \otimes [T, G]_d = [CTT, CTG, CGT, CGG, ATT, ATG, AGT, AGG]_d$ $[T, G]_d \otimes [C, A]_d \otimes [C, A]_d = [TCC, TCA, TAC, TAA, GCC, GCA, GAC, GAA]_d$ $[T, G]_d \otimes [C, A]_d \otimes [T, G]_d = [TCT, TCG, TAT, TAG, GCT, GCG, GAT, GAG]_d$ $[T, G]_d \otimes [T, G]_d \otimes [C, A]_d = [TTC, TTA, TGC, TGA, GTC, GTA, GGC, GGA]_d$ $[T, G]_d \otimes [T, G]_d \otimes [T, G]_d = [TTT, TTG, TGT, TGG, GTT, GTG, GGT, GGG]_d$	

Рис. 6: Вверху слева: исходные диагональные (2×2) -матрицы с парами букв С и А, а также Т и G. Вверху справа: множество 16 дулетов как тетрада диагоналей четырех диагональных (4×4) -матриц. Внизу: множество 64 триплетов как октет диагоналей восьми диагональных (8×8) -матриц.

Мы продолжим эту природную схему членения на субалфавиты, перейдя к алфавитам 16 дулетов и 64 триплетов и используя принцип парности букв. Представим, например, аминокислотную пару С и А и кетогруппную пару G и T в виде членов диагональных (2×2) -матриц, т.е. ее собственных значений (Рис. 6). Тогда попарные тензорные произведения этих двух диагональных (2×2) -матриц представляют все множество 16 дулетов в виде диагоналей четырех диагональных (4×4) -матриц (тетрад) с упорядоченным расположением дулетов. При этом каждый из 16 дулетов является одним из собственных значений своей матрицы и определяет соответствующий собственный вектор (Рис. 6). Индекс d после квадратных скобок используется нами для краткой записи диагональных матриц. Тензорные произведения этих же двух диагональных матриц $[C, A]_d$ и $[T, G]_d$ в разных комбинациях по три представляют все множество 64 триплетов в виде диагоналей восьми диагональных (8×8) -матриц (октет диагоналей на Рис. 6 внизу).

Известно, что кодовые значения триплетов зависят от порядка букв в них. Например, одинаковые по буквенному составу триплеты AAC, ACA и САА, принадлежащие первому из октетов на Рис. 6, кодируют разные аминокислоты. В нашем подходе каждый из триплетов имеет свою индивидуальность, поскольку он выступает в качестве собственного значения одной из названных (8×8) -матриц и ему соответствует его собственный вектор этой матрицы (то есть один из восьми ортов 8-мерного пространства). В данном примере каждый из трех триплетов AAC, ACA и САА завязан на свой собственный вектор, т.е. на свою собственную форму колебаний в колебательной системе с восемью степенями свободы, а потому в данном отношении эти триплеты существенно различны.

Каждый объективно существующий признак азотистых оснований А, С, G, T на Рис. 5 может трактоваться как сопряженный со своим индивидуальным типом резонансов. Например, пурины, очевидно, могут иметь резонансные характеристики, отличающиеся от резонансных характеристик пиримидинов в силу различий в строении пуриновых и пиримидиновых молекул. В свете этого каждую указанную пару бинарно-опозиционных признаков можно трактовать как пару бинарно-опозиционных типов резонансных характеристик. Тогда используемые в бинарных субалфавитах на Рис. 5 числовые символы 0 и

<i>Тетрады дуплетов и октеты триплетов</i>	<i>Двоичные представления</i>	<i>Десятич. эквивалент</i>
СС, СА, АС, АА ⇒	11, 11, 11, 11	3, 3, 3, 3
СТ, СГ, АТ, АГ ⇒	10, 10, 10, 10	2, 2, 2, 2
ТС, ТА, ГС, ГА ⇒	01, 01, 01, 01	1, 1, 1, 1
ТТ, ТГ, ГТ, ГГ ⇒	00, 00, 00, 00	0, 0, 0, 0
ССС, ССА, САС, САА, АСС, АСА, ААС, ААА ⇒	111, 111, ..., 111	7, 7, ..., 7
ССТ, ССГ, САТ, САГ, АСТ, АСГ, ААТ, ААГ ⇒	110, 110, ..., 110	6, 6, ..., 6
СТС, СТА, СГС, СГА, АТС, АТА, АГС, АГА ⇒	101, 101, ..., 101	5, 5, ..., 5
СТТ, СТГ, СГТ, СГГ, АТТ, АТГ, АГТ, АГГ ⇒	100, 100, ..., 100	4, 4, ..., 4
ТСС, ТСА, ТАС, ТАА, ГСС, ГСА, ГАС, ГАА ⇒	011, 011, ..., 011	3, 3, ..., 3
ТСТ, ТСГ, ТАТ, ТАГ, ГСТ, ГСГ, ГАТ, ГАГ ⇒	010, 010, ..., 010	2, 2, ..., 2
ТТС, ТТА, ТГС, ТГА, ГТС, ГТА, ГГС, ГГА ⇒	001, 001, ..., 001	1, 1, ..., 1
ТТТ, ТТГ, ТГТ, ТГГ, ГТТ, ГТГ, ГГТ, ГГГ ⇒	000, 000, ..., 000	0, 0, ..., 0

Рис. 7: Двоично-числовые представления дуплетов и триплетов (из их тетрад и октетов на Рис. 6) с точки зрения субалфавита $G = T = 0$, $A = C = 1$, основанного на бинарно-оппозиционной паре признаков “амино-кето” из Рис. 5. Справа даны десятичные эквиваленты двоичных чисел.

1 являются условными числовыми представлениями бинарно-оппозиционных типов резонансных характеристик. Такое представление связывает физические понятия резонансов вибросистем с абстрактными бинарно-числовыми системами компьютерных технологий и математики, в том числе с диадическими группами двоичных чисел, как будет показано ниже. Для сравнения напомним, что в компьютерных технологиях двоичные числа на основе элементов 0 и 1 физически реализуются обычно через использование двух видов амплитуд сигналов (например, оппозиционных по полярности) или двух видов лазерных лучей, и т.п., а в нашем случае используется оппозиция по резонансным свойствам вибросистем, что дает возможность рассматривать организм как компьютер.

На Рис. 5 бинарный субалфавит букв ДНК по оппозиционному признаку “амино-кето” содержит следующее бинарное представление этих букв: $G = T = 0$, $A = C = 1$. С точки зрения этого бинарного субалфавита букв, каждый дуплет и триплет представляется как двоичное число из нулей и единиц. Например, дуплет ГА представляется как двоичное число 01, которому в десятичной системе соответствует число 1, а триплет АТС представляется как двоичное число 101, которому соответствует десятичное число 5. Тогда все эти тетрады дуплетов и октеты триплетов получают двоично-числовые представления, показанные на Рис. 7.

Показанные на Рис. 7 наборы двоичных чисел 00, 01, 10, 11 и 000, 001, ..., 111 являются двухразрядной и трехразрядной диадическими группами соответственно. Известно, что групповой операцией для диадических групп является логическое сложение по модулю 2: сложение любых двух членов диадической группы по модулю 2 всегда дает член из той же группы. Например, при сложении по модулю 2 имеем: $101 + 011 = 110$ (все три члена принадлежат одной трехразрядной диадической группе). Диадические группы применяются в математике, информационных технологиях, включая помехоустойчивой кодирование информации, и физике [13–16].

В нашем модельном подходе диадические группы проявляются в системах генетического кодирования в связи с наследуемыми тензорными системами резонансов. В свете

этого последовательности азотистых оснований в ДНК и РНК можно представлять как цепи из членов тех или иных диадических групп и изучать закономерности трансформаций данных последовательностей при сложении по модулю 2 их членов с другими членами диадических групп. Повторение одинаковых по составу (а значит одинаковых также по резонансным характеристикам) связок азотистых оснований в разных частях длинных молекул ДНК и РНК можно трактовать как обеспечение контрольных резонансных согласований или взаимных настроек частей данных молекул (по типу камертонов, расставленных на значительном удалении друг от друга вдоль длинного ряда из многих пианино, которые благодаря камертонам настраиваются одинаково для согласованного оркестрового звучания). Эта трактовка дает возможность нового понимания – на основе резонансов - явлений взаимодействия разных частей генетических молекул, например, образования шпилек в молекулах РНК или существования множества молекулярно-генетических палиндромов.

Отметим еще, что цепь из тензорных произведений многих исходных матриц $[C, A]_d$ и $[T, G]_d$, например $[C, A]_d \otimes [C, A]_d \otimes [T, G]_d \otimes [T, G]_d \otimes [C, A]_d \otimes [T, G]_d \otimes \dots$ и цепь тензорных произведений, полученная из нее одновременной заменой букв на комплементарные им ($C \leftrightarrow G$, $A \leftrightarrow T$), дают комплементарные последовательности диагональных элементов двух возникающих диагональных матриц высокого порядка, что является моделью комплементарных последовательностей азотистых оснований на двух нитях ДНК. Это открывает возможность моделировать реальные последовательности азотистых оснований в ДНК и ставит задачу об их факторизации, т.е. их представления или идеализированного моделирования в виде цепей тензорных произведений исходных (2×2) -матриц (часть триплетов из этих идеализированных последовательностей в реальности может оказываться вырезанной или дополненной по тем или иным биологическим причинам).

5 Симметрические свойства восьми октетов триплетов и их кодовых значений

До сих пор ничего не говорилось об аминокислотах и стоп-кодонах, которые кодируются триплетом и которые никак не учитывались при формальном построении этих восьми октетов триплетов на основе тензорного произведения (2×2) -матриц. Но подстановка в данные октеты тех аминокислот и стоп-кодонов, которые соответствуют кодовым значениям триплетов, обнаруживает скрытую симметрию в этой октетной организации, неожиданно разбивая все множество восьми октетов на четыре пары соседних октетов с одинаковыми списками аминокислот и стоп-кодонов в каждой паре (Рис. 8).

Другая скрытая симметрия в этом формально построенном членении множества 64 триплетов на 8 октетов связана с феноменом природного структурирования всего множества 64 триплетов на два равных подмножества по признаку сильных и слабых корней (кодовые значения триплетов с сильным корнем не зависят от буквы на их третьей позиции, а триплетов со слабым корнем — зависят от третьей буквы [17]):

- 32 триплета с сильными корнями, т.е. начинающихся с 8 “сильных” дуплетов AC, CC, CG, CT, GC, GG, GT, TC (будем обозначать эти триплеты черным цветом);
- 32 “белых” триплета со слабыми корнями, т.е. начинающихся с 8 “слабых” дуплетов AA, AG, AT, GA, TA, TC, TG.

Существует ли симметрия в расположении триплетов с сильными и слабыми корнями в 8-ми октетах триплетов, которые были построены совершенно формально без упоминания аминокислот и пр.? Отметим, что имеется огромное количество $64! \approx 10^{89}$ вариантов расположения 64 триплетов в 8-ми октетах, т.е. в 64 клетках. Для сравнения, физика оценивает все время существования Вселенной в 10^{17} секунд. Очевидно, что случайное распо-

CCC Pro	CCA Pro	CAC His	CAA Gln	ACC Thr	ACA Thr	AAC Asn	AAA Lys
CCT Pro	CCG Pro	CAT His	CAG Gln	ACT Thr	ACG Thr	AAT Asn	AAG Lys
CTC Leu	CTA Leu	CGC Arg	CGA Arg	ATC Ile	ATA Met	AGC Ser	AGA Stop
CTT Leu	CTG Leu	CGT Arg	CGG Arg	ATT Ile	ATG Met	AGT Ser	AGG Stop
TCC Ser	TCA Ser	TAC Tyr	TAA Stop	GCC Ala	GCA Ala	GAC Asp	GAA Glu
TCT Ser	TCG Ser	TAT Tyr	TAG Stop	GCT Ala	GCG Ala	GAT Asp	GAG Glu
TTC Phe	TTA Leu	TGC Cys	TGA Trp	GTC Val	GTA Val	GGC Gly	GGA Gly
TTT Phe	TTG Leu	TGT Cys	TGG Trp	GTT Val	GTG Val	GGT Gly	GGG Gly

Рис. 8: Соседние октеты триплетов в любой из четырех пар 1–2, 3–4, 5–6, 7–8 идентичны по списку кодируемых аминокислот и стоп-кодонам (под каждым триплетом указана кодируемая им аминокислота или стоп-кодон для генетического кода митохондрий позвоночных, наиболее симметричного из диалектов генетического кода)

ложение 20 аминокислот и соответствующих триплетов в 64 клетках квадратной таблицы почти никогда не даст симметрии в отдельных октетах и их множестве.

Но неожиданно феноменологическое расположение 32 триплетов с сильными корнями (черный цвет) и 32 триплетов со слабыми корнями (белый цвет) имеет в этих 8-ми октетах симметрический характер (Рис. 9, слева):

- каждый октет по своей мозаике зеркально антисимметричен по своим левой и правой половинам и имеет меандровый характер;
- все множество 8 октетов разделено на пары соседних октетов с тождественной мозаикой;
- левая (правая) половина первых четырех октетов совпадает по мозаике с правой (левой) половиной последних четырех октетов.

Но такие нечетные меандровые функции хорошо известны в теории обработки сигналов и теории вероятности под именем “функций Радемахера” $r_n(x) = \text{sign}(\sin 2^n \pi x)$ ². Функции Радемахера, содержащие только элементы “+1” и “–1”, оказываются связанными с генетическими алфавитами: каждый из 8 октетов триплетов представляет одну из функций Радемахера, если каждый черный (белый) триплет интерпретировать как элемент +1 (–1). Эти феноменологические симметрии говорят о закономерных структурных связях внутри множества 64 триплетов, представленного в виде 8-ми октетов собственных значений (резонансов) диагональных матриц, а также о сопряжении этих закономерностей с формализмами, используемыми в цифровой технике обработки сигналов.

Отметим еще одну интересную структурную особенность этих 8 октетов триплетов, связывающую их с фундаментальными формализмами обработки дискретных сигналов. Она сопряжена с феноменом особого статуса буквы Т (тимина) в базовом алфавите ДНК.

²https://ru.wikipedia.org/wiki/Функция_Радемахера

[CCC, CCA, CAC, CAA, ACC, ACA, AAC, AAA] _d		[+1, +1, -1, -1, +1, +1, -1, -1] _d
[CCT, CCG, CAT, CAG, ACT, ACG, AAT, AAG] _d		[+1, +1, -1, -1, +1, +1, -1, -1] _d
[CTC, CTA, CGC, CGA, ATC, ATA, AGC, AGA] _d		[+1, +1, +1, +1, -1, -1, -1, -1] _d
[CTT, CTG, GGT, CGG, ATT, ATG, AGT, AGG] _d		[+1, +1, +1, +1, -1, -1, -1, -1] _d
[TCC, TCA, TAC, TAA, GCC, GCA, GAC, GAA] _d		[+1, +1, -1, -1, +1, +1, -1, -1] _d
[TCT, TCG, TAT, TAG, GCT, GCG, GAT, GAG] _d		[+1, +1, -1, -1, +1, +1, -1, -1] _d
[TTC, TTA, TGC, TGA, GTC, GTA, GGC, GGA] _d		[-1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, +1] _d
[TTT, TTG, TGT, TGG, GTT, GTG, GGT, GGG] _d		[-1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, +1] _d

Рис. 9: Симметрологическое расположение триплетов с сильными и слабыми корнями в восьми октетах триплетов. Графика иллюстрирует меандровый характер очередности черных и белых триплетов в каждом октете. Справа показано представление каждого октета в форме функции Радемахера, состоящей из элементов “+1” и “-1”.

[CCC, CCA, CAC, CAA, ACC, ACA, AAC, AAA] _d	[+1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1] _d
[CCT, CCG, CAT, CAG, ACT, ACG, AAT, AAG] _d	[-1, +1, -1, +1, -1, +1, -1, +1] _d
[CTC, CTA, CGC, CGA, ATC, ATA, AGC, AGA] _d	[-1, -1, +1, +1, -1, -1, +1, +1] _d
[CTT, CTG, GGT, CGG, ATT, ATG, AGT, AGG] _d	[+1, -1, -1, +1, +1, -1, -1, +1] _d
[TCC, TCA, TAC, TAA, GCC, GCA, GAC, GAA] _d	[-1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, +1] _d
[TCT, TCG, TAT, TAG, GCT, GCG, GAT, GAG] _d	[+1, -1, +1, -1, -1, +1, -1, +1] _d
[TTC, TTA, TGC, TGA, GTC, GTA, GGC, GGA] _d	[+1, +1, -1, -1, -1, -1, +1, +1] _d
[TTT, TTG, TGT, TGG, GTT, GTG, GGT, GGG] _d	[-1, +1, +1, -1, +1, -1, -1, +1] _d

Рис. 10: Множество 8 октетов триплетов – с учетом бинарной оппозиции тимина Т трем другим азотистым основаниям ДНК – имеет числовое представление (справа) в виде полной ортогональной системы функций Уолша для 8-мерного случая. Черным цветом обозначены триплеты, представляемые числом “+1”. Пояснение в тексте.

Среди четырех азотистых оснований ДНК – А, С, G, Т – буква Т противопоставлена природой трем другим буквам алфавита:

1. Буква Т единственная, которая при переходе от ДНК к РНК заменяется другой буквой U(урацил);
2. Буква Т (и ее сменщик U) отличается от трех других букв алфавита отсутствием в ней функционально важной аминогруппы NH₂, что можно видеть на Рис. 5, сверху.

Эту бинарную оппозицию можно выразить в цифровом виде так: А = С = G = +1, Т = -1. Тогда каждый триплет при замене в нем букв на эти числа (А = С = G = +1, Т = -1) можно представлять как произведение этих чисел. Например, триплет САТ представляется как $1 \times 1 \times (-1) = -1$, а триплет ТGT – как $(-1) \times 1 \times (-1) = +1$. В итоге указанные 8 октетов триплетов получают числовые представления, которые совпадают с полной ортогональной системой функций Уолша для 8-мерного случая (Рис. 10).

Эти функции Уолша, содержащие только элементы “+1” и “-1”, широко применяются в обработке дискретных сигналов и помехоустойчивом кодировании³. Полнота системы данных 8 функций Уолша означает, что любой 8-мерный вектор может быть представлен в виде их суперпозиции (разложен по ним). На полных системах функций Уолша стро-

³https://ru.wikipedia.org/wiki/Функция_Уолша

ится помехоустойчивое кодирование информации на космических кораблях “Маринер” и “Вояджер”, передающих на Землю фото Марса, Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна. Полные системы функций Уолша образуют матрицы Адамара, используемые в квантовых компьютерах (“гейты Адамара”) и применяемые в квантовой механике в форме унитарных операторов. Множество приложений функций Уолша и базирующихся на них матриц Адамара описано, например, в [13, 14, 18]. В частности, на них основан секвентный анализ [14–16], являющийся одним из важных видов спектрального анализа в технологиях связи на дискретных сигналах и нашедший обширные применения в разных областях техники и физики [19]. А в нашем подходе эти системы функций Уолша оказываются представителями генетических алфавитов, причем каждая из 8 функций этой полной системы Уолша является диагональю диагональной (8×8) -матрицы, т.е. спектром из собственных чисел матрицы некоторой колебательной системы с 8 степенями свободы.

Дополнительно отметим следующее. Матрицы $[C, A]_d$ и $[T, G]_d$, тензорные произведения которых дали 8 октетов триплетов на Рис. 6, были связаны с бинарным субалфавитом по признаку “амино-кето” (Рис. 5). Если обратиться к двум другим субалфавитам на Рис. 5, то можно аналогичным образом рассмотреть две другие пары диагональных (2×2) -матриц: $[C, G]_d$ и $[T, A]_d$; $[C, T]_d$ и $[G, A]_d$. Каждая из этих пар порождает другие 8 октетов триплетов при тензорных произведениях ее матриц по три (по аналогии с таблицей на Рис. 6 внизу). Каждый из этих двух новых наборов по 8 октетов триплетов также имеет числовые представления в виде новых (индивидуальных) наборов функций Радемахера и функций Уолша при аналогичном учете – как на Рис. 9 и 10 – тех же бинарно-опозиционных признаков для триплетов: 1) сильных и слабых корней триплетов; 2) особого статуса буквы Т.

Приведенные результаты свидетельствуют в пользу следующего:

- алфавиты генетического кода есть алфавиты собственных значений и собственных векторов матриц колебательных систем (образно говоря, генетический код есть код систем резонансов); соответственно, генетические тексты на основе этих алфавитов есть тексты, написанные на языке резонансов.

Недаром генетически наследуемый организм является хором согласованных колебательных процессов. Здесь же вспоминается предложенная дважды Нобелевским лауреатом Лайнусом Полингом в 1928 г. теория резонансов для электронной структуры молекул и его идея гибридизации атомных орбиталей⁴.

6 О базовых частотах цветовосприятия

Попробуем применить таблицы наследования собственных значений матриц к нашему генетически наследуемому цветовосприятию, которое является одним из примеров биологического наследования системы частот. Согласно трехкомпонентной теории цветного зрения оно основано на трех базовых цветах – красном, зеленом и синем. Из них в фотосинтезе, который намного древнее цветового зрения, используется в основном красный и синий цвета, а зеленый цвет листья отражают, в силу чего листья выглядят зелеными⁵. Поэтому красный и синий цвета можно полагать биологически более “базовыми”, чем зеленый.

Вернемся к таблице наследования собственных значений на Рис. 2 при моногибридном тензорном скрещивании матриц двух “родительских” вибросистем с собственными числами (A, a) и собственными частотами $\omega_1 = A^{0.5}$ и $\omega_2 = a^{0.5}$ (эта таблица наследования

⁴https://ru.wikipedia.org/wiki/Полинг_Лайнус

⁵http://happyflora.ru/view_post3.php?latter=410

		Спектр W	
		ω_1^2	ω_2^2
Спектр V	ω_1^2	$W_1^2 = \omega_1^4$	$W_2^2 = \omega_1^2 \times \omega_2^2$
	ω_2^2	$W_3^2 = \omega_1^2 \times \omega_2^2$	$W_4^2 = \omega_2^4$

Рис. 11: Таблица наследования квадратов собственных частот при моногибридном тензорном скрещивании (2×2) -матриц вибросистем.

соответствует решетке Пеннета для моногибридного скрещивания на Рис. 3). Рис. 11 показывает соответствующую таблицу наследования квадратов собственных частот.

Таблица наследования квадратов собственных частот (Рис. 11) показывает, что имеется всего три вида собственных частот в порожденной (4×4) -матрице вибросистемы: W_1 , W_4 и лежащая между ними дважды повторенная в таблице частота $W_2 = W_3 = \omega_1^2 \times \omega_2^2$ (обозначим эту частоту через $W_{2,3}$). Из этой таблицы наследования выявляется следующая связь данных трех частот: $W_{2,3} = (W_1 \times W_4)^{0.5}$.

Как известно, диапазон восприятия красного цвета составляет 400-480 ТГц и синего 620-680 ТГц⁶. Примем срединную частоту 440 ТГц диапазона красного цвета за частоту W_1 , а срединную частоту 650 ТГц диапазона синего цвета за частоту W_4 . Тогда названное соотношение $W_{2,3} = (W_1 \times W_4)^{0.5} = (440 \times 650)^{0.5}$ дает значение 534,8 ТГц для третьей собственной частоты вибросистемы. Но эта дважды повторенная в таблице наследования частота $W_{2,3}$ практически совпадает с известной частотой максимальной чувствительности зрения 540 ТГц, приходящейся на зеленый цвет (отличие составляет доли процента).

Значит, наследуемое цветовосприятие является одним из биологических примеров, допускающих моделирование на языке тензорно-спектрального подхода, представленного в статье. И его природные особенности могут трактоваться в связи с законами Менделя и собственными частотами тензорно-скрещивающихся вибросистем. Это дает новые подходы к связи музыкальной и цветовой гармонии, отмечавшейся еще Ньютоном, а также к цветотерапии, цветомузыке и пр.

7 Филлотаксис, числа Фибоначчи и золотое сечение

Генетически наследуемые явления филлотаксиса рассматриваются в сотнях монографий и публикаций в области математической биологии [20]. Законы филлотаксиса констатируют числовые закономерности спиральной организации огромного количества растительных и животных тел, связанные с числами ряда Фибоначчи $F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$, $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.⁷ Эти феномены филлотаксиса давно сопоставляются с так называемой матрицей Фибоначчи $[1, 1; 1, 0]$, возведение которой в целые степени порождает матрицы, все члены которых являются числами из ряда Фибоначчи.

Каковы собственные числа (2×2) -матрицы Фибоначчи? Они равны f и $-f^{-1}$, где $f = (1 + 5^{0.5})/2 = 1,618\dots$ – золотое сечение. Отношения координат собственных векторов матрицы Фибоначчи также равны золотому сечению.

Существуют ли в природе колебательные системы, в которых частоты собственных колебаний сопряжены с золотым сечением? Статья [21] объявила об открытии золотого сечения в квантово-механическом мире. Краткое изложение [22] в журнале “Science Daily” данной статьи говорит, что “исследование ниобата кобальта, обладающего магнитными свойствами, выявило, что при определенных условиях его цепочка атомов ведет себя подобно наноскопической гитарной струне. Натяжение появляется благодаря взаимо-

⁶https://ru.wikipedia.org/wiki/Видимое_излучение

⁷<http://en.wikipedia.org/wiki/Phyllotaxis>

действию между спинами, приводящему к магнитному резонансу. Для этих взаимодействий авторы нашли серии („гаммы“) резонансных тонов. Отношения первых двух тонов находятся в соотношении $1,618\dots$, которое является золотым сечением, известным по живописи и архитектуре”. Профессор Теннант отмечает “совершенную гармонию, найденную в квантовой неопределенности вместо беспорядка. Подобные открытия подводят ученых к мысли, что мир в квантовых масштабах тоже может подчиняться какому-то лежащему в основе всего порядку”.

8 Вибрационная механика и генетическая биомеханика

Представляемая в статье концепция наследуемых систем биорезонансов дополнительно обращает внимание на возможное биологическое значение феноменов вибрационной механики в связи с двигательной активностью частей биологических тел на субклеточном, клеточном и надклеточном уровнях. Вибрационная механика широко применяется в технике и насыщена удивительными явлениями вибрационной сепарации и структуризации многофазных сред, вибротранспортировки, виброперекачки энергии от одних частей системы к другим и пр. [23, 24]. Знакомство с некоторыми из этих феноменов порождает впечатление о попадании в мир с другими физическими законами. Недаром обзорная статья [23] называется: “Вибрация “изменяет законы механики””. Данные феномены связаны с факторами, которые вслед за П.Л. Капицей условно называют “вибрационными силами”. В жидкости вибрирующие тела могут притягиваться и отталкиваться (вибрационные силы Бьеркнеса), а пульсирующие пузырьки газа могут сливаться и дробиться (этому посвящено много видео в Интернете).

Едва заметные или практически незаметные вибрации, которые могут иметь высокие частоты и малые амплитуды, обеспечивают, например, следующие явления:

- верхнее положение перевернутого маятника делается устойчивым;
- тяжелый металлический шар “всплывает” в слое песка;
- свая легко погружается в грунт под своим весом;
- массивное тело или слой сыпучего материала движется вверх по наклонной плоскости;
- вращение ротора электродвигателя устойчиво поддерживается при выключенном электропитании за счет виброперекачки (отсоса) энергии от другого роторного электродвигателя, стоящего на общей виброплатформе и подключенного к электросети (самосинхронизация возбудителей);
- веревка встает столбом вверх, если к ее основанию приложена соответствующая вибрация, и т.п.

В живых организмах с их множеством компонентов, согласованно вибрирующих на разных частотах и амплитудах и подчиняющихся на микроуровне волновым принципам квантовой физики, известно множество явлений, которые также происходят как бы под действием загадочных сил. Таковы, например, удивительно организованные многоэтапные процессы деления клеток. Или нахождение гистоновыми белками четырех видов парных им видов гистонов в молекулярном бульоне для поэтапного образования димеров, тетрамеров, а затем октамерных гистоновых стержней, на которые навивается ДНК. Все эти поиски и совокупления одновидовых гистонов сначала в пары, а затем в пары из пар происходят в огромном столпотворении биомолекул множества других видов и их осколков, причем происходят, несмотря на эффекты зарядового экранирования и другие мешающие обстоятельства. Другой показательный пример дает феномен взаимного нахождения в молекулярном бульоне половинок и четвертинок молекулы транспортной РНК и их объединения

в одну молекулу [25]. Можно надеяться, что на основе формализмов вибрационной механики и теории наследуемых систем биорезонансов удастся развить математические модели подобных биологических процессов.

Здесь уместно вспомнить об известном явлении конформационных колебаний макромолекул ферментов, в том числе на частотах звуковых волн. В связи с ним С.Э. Шноль [26, с. 75] писал о вероятной важности для жизнедеятельности *“пока еще фантастической картины “музыкальных взаимодействий” биохимических систем, клеток, органов”*, относящихся к области *“биохимической эстетики”*.

Наша концепция резонансного генома сопряжена с *“биохимической эстетикой”*. Мы рассматриваем организм как музыкальный синтезатор с наследуемым множеством настроек резонансных режимов. Отчасти в этой связи нам с коллегами удалось создать в Московской консерватории “Центр междисциплинарных исследований музыкального творчества”, запатентовать новый класс музыкальных инструментов на основе так называемых “генетических музыкальных строев”, заниматься “генетической” цветомузыкой и пр. Музыка представляет собой игру в системы акустических резонансов, к которым человек удивительно предрасположен, хотя не имеет специализированного органа восприятия музыки, воспринимая ее всем существом. На протяжении десятков тысяч лет он создает музыкальные инструменты, настраивая их на определенные системы резонансов, вызывающие у него эмоции, мурашки по телу и слезы. Повторяя генетические процессы согласованного усложнения живого, человек с течением веков научился объединять отдельные инструменты и певцов в оркестры и хоры как колебательные системы с увеличенным числом степеней свободы.

С учетом возможностей виброперекачки энергии за счет резонансных взаимодействий (см. приведенный выше пример работающего электродвигателя, не подключенного к сети) живой организм может рассматриваться как резонансный потребитель (отсасыватель) энергии окружающих электромагнитных волн, приходящих из космоса и недр земли. Фотосинтез, осуществляющийся за счет поглощения энергии солнечных световых волн, является, видимо, лишь одним из примеров энергопотребительского существования организма на основе резонансных согласований (резонансный “вампиризм” энергии и информации). Соответственно организм надо рассматривать как часть мирового ансамбля волновых – прежде всего, электромагнитных - процессов, ожидая обнаружения новых механизмов его резонансных согласований с окружающим волновым миром.

Множество данных из области гомеопатии и физиологических явлений сверхслабых воздействий свидетельствует в пользу резонансно-волновой организации живого. Например, сверхчувствительное обоняние некоторых животных организмов, обнаруживающих партнера по запаху на далеком расстоянии при фактическом отсутствии молекул запаха, способных попасть на рецепторы обоняния.

Устройство живых тел основано в огромной мере на использовании структурированной воды, свойства колебательных процессов в которой и их биологическая роль в настоящее время интенсивно изучаются. Медузы, состоящие на 99% из воды, являются примером возможности жизнедеятельности на базе водного субстрата со сложными колебательными процессами в нем. Особого внимания заслуживают данные о так называемой пограничной воде и доменной структуре воды [27–30]. По нашему мнению, структурная вода является кандидатом на роль объединяющей “виброплатформы” для виброперекачки энергии между разными частями биологического тела и для резонансного согласования поведения целостного ансамбля этих частей. Резонансное объединение частей в единое целое происходит по физическому принципу “минимума энергии”: каждому из участников ансамбля для выполнения собственной работы требуется меньше энергии, чем в случае работы по отдельности.

Как живые, так и неживые объекты являются в общем случае колебательными си-

стемами со многими степенями свободы. Но – с точки зрения представляемой концепции резонансного генома – живые организмы отличаются особыми наследуемыми тензорно-матричными системами резонансов в них. Эти биологические системы резонансов представляют собой относительно узкий класс мыслимых систем резонансов. По нашему мнению, названная концепция тензорного наследования систем биорезонансов и ее матричный аппарат моделирования могут оказаться полезными для осмысления многих биологических проблем (онто- и филогенетическое развитие, старение, память, биологическое время, и др.).

9 Заключительные замечания

Наши результаты тензорно-матричного моделирования говорят в пользу следующего:

- алфавиты генетического кода есть алфавиты резонансов; соответственно, генетический код есть код систем резонансов, а генетические тексты на основе этих алфавитов и этого кода есть тексты, написанные на языке резонансов;
- решетки Пеннета, описывающие в генетике полигибридное скрещивание по законам Менделя, аналогичны представленным таблицам наследования собственных значений матриц при тензорном умножении (2×2) -матриц;
- аллели генов, фигурирующие в законах Менделя, можно интерпретировать как резонансы (собственные значения матриц) некоторых колебательных систем;
- бинарно-опозиционные свойства алфавита ДНК, трактуемые как оппозиции резонансных свойств, определяют его бинарные субалфавиты и дают возможность двоично-числового представления алфавитов и полиплетов ДНК для рассмотрения организма как компьютера;
- наследуемые биологические процессы связаны с феноменами вибрационной механики.

В прошлом веке наука открыла, что при всем потрясающем разнообразии живых организмов молекулярно-генетические основы у них одинаковы (алфавиты ДНК, РНК и пр.) и при том очень просты. Появляется надежда, что алгоритмические основы устройства организмов, которые подчиняются генетическим законам типа законов Менделя, тоже весьма просты и унифицированы для всего живого. Выявление этих алгоритмов живой материи представляется важнейшей задачей. Можно полагать, что алгоритмы резонансного согласования и упорядочивания подсистем, связанные с формализмами тензорных произведений матриц, играют ключевую или одну из ключевых ролей в живой материи.

Наша концепция биорезонансных согласований перекликается с давно выдвигавшимися разными авторами идеями дальнего действия в связи с явлениями морфогенеза и пр. Она затрагивает также проблему глобального и локального в биологической самоорганизации. Например, у стрекозы левое и правое крылья в их глобальной конфигурации симметричны друг другу при том, что локально они существенно различны. Что является критерием правильности финитной конфигурации организма, вырастающего из зародыша? Таким критерием может быть согласование резонансных характеристик взрослого организма с резонансными паттернами его молекулярно-генетической системы, включая ДНК.

Выше приведенный пример стоящих на единой виброплатформе двух роторных электродвигателей, один из которых работает только за счет отсоса энергии от второго двигателя, порождает следующую мысль. Если на виброплатформе стоит много различных по форме и габаритам электродвигателей, но к электрической сети подключен только один из них, то через эффект самосинхронизации возбудителей от него будут отсасывать энергию и работать только те двигатели, которые способны к резонансному согласованию с ним;

остальные двигатели будут мертвым грузом, подлежащим отсеву. Это можно рассматривать как модель эволюционного согласования и отбора при создании единого организма из множества частей.

В данном журнале “Гиперболические числа в геометрии и физике” большое внимание традиционно уделяется двойным (или гиперболическим) числам, которые имеют целый ряд приложений в физических теориях. В этой связи отметим, что матричные представления двойных чисел $x + iy$, где $i^2 = +1$, даются симметрической матрицей $\begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix}$, которая имеет вещественные собственные значения $\lambda_1 = x + y$ и $\lambda_2 = x - y$ с ортогональными собственными векторами $[1, 1]$ и $[-1, 1]$. Известно, что симметрическая матрица M может быть записана в виде $M = V \times D \times V^{-1}$, где D – диагональная матрица из собственных значений матрицы M , а V – матрица ее собственных векторов. Это можно понимать как запись симметрической матрицы M через резонансные характеристики соответствующей вибросистемы в виде ее собственных значений и собственных векторов. Значит, двойные числа в их матричном представлении могут быть записаны и осмыслены через резонансные характеристики их матричной формы. Это же справедливо для гиперкомплексных расширений двойных чисел, образующихся на основе возведения матричного представления двойных чисел в тензорные степени. Соответственно физические и иные теории, базирующиеся на двойных числах и их расширениях в форме симметрических матриц, могут трактоваться как теории систем резонансов, что открывает для этих теорий новые возможности эвристических ассоциаций с учетом обилия и наглядности материалов в теории резонансов.

Ограниченный объем статьи позволяет представить в ней только фрагменты тех исследований по концепции резонансного генома и теории систем биорезонансов, которые проводятся нами в отделе вибрационной биомеханики Института машиноведения РАН и “Центре междисциплинарных исследований музыкального творчества” Московской консерватории. Например, как известно, собственные значения самосопряженных матриц фигурируют в основах квантовой механики, которой подчинены генетические молекулы; но анализ возможной роли этого факта, ведущий к углубленному пониманию квантовомеханических аспектов генетической системы, выходит за рамки данной статьи. Наше исследование имеет ряд прикладных аспектов, связанных с использованием волновых процессов в медицине, биотехнологиях, системах искусственного интеллекта, а также с вибровоздействиями в системах человек-машина-среда (см. книгу К.В. Фролова [31], создателя нашего отдела вибрационной биомеханики).

В этой связи одной из наиболее интересных прикладных проблем является проблема регенерации органов и тканей, которой занимаются многие лаборатории мира и которая в случае успеха способна решить задачу протезирования инвалидов без надления их механическими протезами. Продвижения на этом пути можно иллюстрировать работами М.Левина [32], который без хирургических операций путем локального приложения определенных биоэлектрических сигналов включает “рецепт” роста органа и выращивает у головастика глаза в любом месте, даже на хвосте и кишечнике; или выращивает лягушку с шестью лапами и червя с четырьмя головами. За этим стоит идея о биоэлектрическом коде, который согласован с генетическим кодом и управляет формой тела. Любой орган “знает” свою форму и хранит это знание в состоянии мембран, примерно как в электрических состояниях ячеек хранятся данные на жестком диске. И успех во многом связан с возможностью взломать код и научиться давать нужные сигналы живому организму. Наши исследования по биологическому кодированию и вибрационной генетической биомеханике сопряжены с этим направлением исследований, в частности, через пьезоэлектрические свойства, которыми наделены многие биологические ткани, например, кости, актин, дентин, сухожилия, выстилка трахеи и кишечника, нуклеиновые кислоты клеток. Пьезоэлектрические свойства биотканей связывают факторы электрических и механиче-

ских воздействий и колебаний, а потому специальные пакеты локальных механических воздействий, перестраивающих или использующих локальные резонансные характеристики живой ткани, могут оказаться не менее успешными для регенерации органов, чем электровоздействия.

Одновременно наши работы по биоинформатике имеют прямое отношение к происходящей в медицине революции – “персональной генетике”, которая ведет к новым поколениям диагностических и терапевтических приборов и комплексов. В 2008 году журнал “Time” в традиционном рейтинге лучших изобретений года назвал победителем “персональную генетику” фирмы “23andMe”, опередившую на несколько корпусов Большой андронный коллайдер⁸. Эта фирма создана Энн Войчицки, женой Сергея Бриана, основателя Гугла. Она предоставляет информацию о генетических особенностях клиентов на основе анализа их слюны всего за \$399. Персональная генетика ведет, в частности, к персональной фармакологии.

Добавим, что пружинно-массовые модели колебательных систем, простейший пример которых дан на Рис. 4, в свое время привели к интенсивному развитию современной теории солитонов в результате открытия так называемых солитонов Ферми-Паста-Улама [33]. Речь идет о том, что, если у пружин, соединяющих грузики, зависимость силы от деформации начинает носить слегка нелинейный характер (вместо линейной зависимости из закона Гука), то такая пружинно-массовая система становится примером солитонной среды, и в ней начинают происходить колебания солитонного типа. Применительно к биологическим средам и пружинно-массовым моделям можно полагать, что резонансная раскачка колебательных систем, ведущая к возрастанию амплитуд колебаний пружин, способна переводить режимы пружин в диапазон нелинейной зависимости их силы от деформации и тем самым создавать солитонные среды с солитонными процессами в них. Солитонные ансамбли способны быть ловушками энергии, переносчиками информации и пр. Энергия, заложенная в солитоны как ловушки энергии, может извлекаться в том месте, где нелинейная солитонная среда трансформируется в линейную среду и перестает существовать, что ведет к локальной диссипации запасенной в ней энергии. В названной модели пружинно-массовых систем для этого достаточно локально убрать резонансную раскачку пружин, уменьшив амплитуду их колебаний для перехода пружин в линейный режим действия закона Гука. Примеры солитоноподобных процессов в живых организмах даны в книге [34].

По мнению автора, развитие современной теоретической биологии - как ветви математического естествознания - может идти по тому же пути, что и развитие современной теоретической физики, которая, согласно П.Дираку, должна развиваться по следующему рецепту. *“Начинать следует с красивой математической теории. “Если она действительно красива, – считал Дирак, – то она обязательно окажется прекрасной моделью важных физических явлений. Вот и нужно искать эти явления, развивать приложения красивой математической теории и интерпретировать их как предсказания новых законов физики”, – так строится, по словам Дирака, вся новая физика, и релятивистская, и квантовая”* (цитата из [35]). В нашей статье показано, что красивая математическая теория собственных значений и собственных векторов тензорных семейств матриц оказывается моделью важных генетических явлений и структур, обнаруживая их глубокую связь с теорией резонансов колебательных систем со многими степенями свободы.

⁸<http://www.bg.ru/article/7879/>

Приложение 1.

Решетки Пеннета, таблицы наследования собственных значений матриц и гиперкомплексные числа

В решетках Пеннета для полигибридного скрещивания (Рис. 3) внутренние квадратные таблицы можно рассматривать как матрицы, связанные с гиперкомплексными числами при учете бинарно-оппозиционных признаков гомозиготности и гетерозиготности по аллелям генов. Соответственно таблицы наследования собственных значений матриц, подобные решеткам Пеннета, оказываются связанными с гиперкомплексными числами через учет резонансных параметров тензорно скрещиваемых матриц колебательных систем. Поясним и покажем это на примере решетки Пеннета для дигибридного скрещивания.

$(2^n \times 2^n)$ -матрицу можно раскладывать на сумму разреженных матриц по схеме матриц диадических сдвигов, используемых в теории обработки дискретных сигналов [14,36]. Будем рассматривать внутреннюю (4×4) -таблицу решетки Пеннета для дигибридного скрещивания из Рис. 3 как матрицу P . Рис. 12 дает диадо-сдвиговую декомпозицию этой матрицы P на четыре разреженных матрицы: $P=P_0+P_1+P_2+P_3$.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline AABV & AABb & AaBV & AaBb \\ \hline AABb & AAbb & AaBb & Aabb \\ \hline AaBV & AaBb & aaBV & aaBb \\ \hline AaBb & Aabb & aaBb & aabb \\ \hline \end{array} =$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline AABV & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & AAbb & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & aaBV & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & aabb \\ \hline \end{array} +$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & AABb & 0 & 0 \\ \hline AABb & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & aaBb \\ \hline 0 & 0 & aaBb & 0 \\ \hline \end{array} +$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & AaBV & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & Aabb \\ \hline AaBV & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & Aabb & 0 & 0 \\ \hline \end{array} +$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & AaBb \\ \hline 0 & 0 & AaBb & 0 \\ \hline 0 & AaBb & 0 & 0 \\ \hline AaBb & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Рис. 12: Диадо-сдвиговая декомпозиция внутренней (4×4) -матрицы P из решетки Пеннета дигибридного скрещивания (Рис. 3) на четыре разреженных матрицы: $P=P_0+P_1+P_2+P_3$.

Аллели генов, фигурирующие в решетках Пеннета и определяющие наследуемый признак, бывают доминантными и рецессивными. Первые обозначаются заглавными буквами (типа A , B), а вторые – строчными (a , b). Комбинация аллелей называется гомозиготной по данному признаку, если она содержит одинаковые аллели для этого признака (оба аллеля являются доминантными или оба рецессивными). Комбинация аллелей называется гетерозиготной по данному признаку, если она содержит оппозиционные типы аллелей для этого признака (один аллель является доминантным, а второй – рецессивным). Например, комбинация аллелей $AABV$ и $AAbb$ являются гомозиготными по обоим признакам, а комбинация $AaBV$ является гетерозиготной по первому признаку (его аллели A и a) и гомозиготной по второму признаку (его аллели здесь B и B).

По содержанию гомозиготных и гетерозиготных комбинаций аллелей представленные на Рис.12 четыре разреженные матрицы характеризуются так:

- матрица P_0 содержит только комбинации аллелей, гомозиготные по обоим признакам;

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & -1 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & -1 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \left| \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & S_0 & S_1 & S_2 & S_3 \\ \hline S_0 & S_0 & S_1 & S_2 & S_3 \\ \hline S_1 & S_1 & S_0 & -S_3 & -S_2 \\ \hline S_2 & S_2 & -S_3 & S_0 & -S_1 \\ \hline S_3 & S_3 & -S_2 & -S_1 & S_0 \\ \hline \end{array} \right.$$

Рис. 13: Слева: сумма числовых матриц $S=S_0+S_1+S_2+S_3$, представляющих сумму символьных матриц $P=P_0+P_1+P_2+P_3$ из Рис. 12. Справа: таблица умножения набора матриц S_0, S_1, S_2, S_3 , замкнутого по умножению.

- матрица P_1 содержит только комбинации аллелей, гомозиготные по первому признаку и гетерозиготные по второму признаку (B, b);
- матрица P_2 содержит только комбинации аллелей, гетерозиготные по первому признаку (A, a) и гомозиготные по второму признаку;
- матрица P_3 содержит только комбинации аллелей, гетерозиготные по обоим признакам.

Существование факта бинарной оппозиции “гомозиготные и гетерозиготные” позволяет ввести обозначения “+1” и “-1” для различных комбинаций аллелей и изучить возникающие при этом наборы числовых представлений S_0, S_1, S_2, S_3 разреженных матриц P_0, P_1, P_2, P_3 . Например, если комбинации аллелей, гомозиготные по обоим признакам, обозначить через “+1”, а остальные комбинации аллелей – через “-1”, то возникающий при этом набор числовых матриц S_0, S_1, S_2, S_3 оказывается замкнутым относительно умножения и определяет таблицу умножения гиперкомплексных чисел на Рис. 13 (произведение любых двух матриц из набора всегда дает матрицу из данного набора). Это значит, что такое числовое представление $S=S_0+S_1+S_2+S_3$ матрицы P из Рис. 12 является 4-мерным гиперкомплексным числом с единичными координатами: $S = 1 + i + j + k$, где $i^2 = j^2 = k^2 = +1$.

Бинарная оппозиция других гомозиготных и гетерозиготных комбинаций аллелей, вновь представляемых через “+1” и “-1”, приводит к другим наборам числовых матриц, также замкнутым относительно умножения и соответствующим, вообще говоря, другим таблицам умножения гиперкомплексных чисел. Рис. 14 показывает ряд примеров этого (в приводимых на нем таблицах умножения используется то же обозначение разреженных числовых матриц S_0, S_1, S_2, S_3 , хотя в каждом примере их числовое содержание различно).

Сходным образом выявляются связи решеток Пеннета для тригибридного и более высокого скрещивания (при их диадо-сдвиговой декомпозиции и учете факторов гомозиготности и гетерозиготности) с гиперкомплексными числами с единичными координатами. Поскольку решетки Пеннета аналогичны таблицам наследования собственных значений матриц вибросистем из описанных в статье тензорных семейств, то эти связи с гиперкомплексными числами реализуются также для данных таблиц наследования и представленных в них систем резонансов. При этом для собственных значений исходных (2×2) -матриц вибросистем можно ввести аналоги понятий доминантности и рецессивности аллелей, а также понятий гомозиготности и гетерозиготности комбинаций этих аллелей. Например, меньшее по величине собственное значение исходной матрицы можно полагать доминантным, а другое – рецессивным (в теории колебаний меньшую частоту колебаний системы с двумя степенями свободы обычно принимают за основную).

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

+

0	1	0	0
1	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0

+

	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
S ₀	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
S ₁	S ₁	S ₀	S ₃	S ₂
S ₂	S ₂	S ₃	S ₀	S ₁
S ₃	S ₃	S ₂	S ₁	S ₀

0	0	-1	0
0	0	0	-1
-1	0	0	0
0	-1	0	0

+

0	0	0	-1
0	0	-1	0
0	-1	0	0
-1	0	0	0

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

+

0	-1	0	0
-1	0	0	0
0	0	0	-1
0	0	-1	0

+

	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
S ₀	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
S ₁	S ₁	S ₀	S ₃	S ₂
S ₂	S ₂	S ₃	S ₀	S ₁
S ₃	S ₃	S ₂	S ₁	S ₀

0	0	1	0
0	0	0	1
1	0	0	0
0	1	0	0

+

0	0	0	-1
0	0	-1	0
0	-1	0	0
-1	0	0	0

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

+

0	1	0	0
1	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0

+

	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
S ₀	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
S ₁	S ₁	S ₀	-S ₃	-S ₂
S ₂	S ₂	-S ₃	S ₀	-S ₁
S ₃	S ₃	-S ₂	-S ₁	S ₀

0	0	1	0
0	0	0	1
1	0	0	0
0	1	0	0

+

0	0	0	-1
0	0	-1	0
0	-1	0	0
-1	0	0	0

Рис. 14: Слева: различные числовые представления символьных матриц из Рис. 12. Верхний ряд: случай представления через “+1” только комбинаций аллелей, гомозиготных по первому признаку, остальные комбинации аллелей символизируются “-1”. Средний ряд: случай представления через “+1” только комбинаций аллелей, гомозиготных по второму признаку. Нижний ряд: случай представления через “+1” всех комбинаций аллелей, кроме гетерозиготных по обоим признакам. Справа показаны таблицы умножения для каждого из этих наборов из четырех матриц.

Добавим, что решетки Пеннета не рассматривались ранее как матрицы (за исключением статей автора [8,37]). Это напоминает историческую ситуацию с таблицами Гейзенберга, с которых началась квантовая механика в форме матричной механики Гейзенберга: они тоже поначалу не воспринимались как матрицы, и потребовалась работа М. Борна и П. Иордана для того, чтобы увидеть, что таблицы Гейзенберга можно и нужно интерпретировать как матрицы.

Литература

- [1] Гербер Р. Вибрационная медицина. София, Гелиос, 2001, 592 с.
- [2] Балонин Н.А. Новый курс теории управления движением. СПб, Санкт-Петербургский государственный университет, 2000, 160 с.
- [3] Беллман Р. Введение в теорию матриц. М., Наука, 1976, 351 с.
- [4] Газале М. Гномон. От фараонов до фракталов. М., Институт компьютерных исследований, 2002, 271 с.
- [5] Глэдвел Г. Обратные задачи теории колебаний. М., Регулярная и хаотическая динамика, 2008, 608 с.
- [6] Stewart I. Life's other secret: The new mathematics of the living world. 1999, New-York, Penguin.
- [7] Петухов С.В. Матричная генетика, алгебры генетического кода, помехоустойчивость. М., РХД, 2008, 316 с. <http://petoukhov.com/>.
- [8] Петухов С.В. Гиперкомплексные числа и алгебраическая система генетических алфавитов // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 2011, т. 8, №2(16), с. 118–138.
- [9] Петухов С.В., Петухова Е.С. Поличисла (матрионы) в биологической и компьютерной информатике // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 2008, т. 5, № 1(9), с. 153–195.
- [10] Петухов С.В. Гиперкомплексные числа, генетическое кодирование и алгебраическая биология. Метафизика, 2012, №3(5), с.64-88, http://www.intelros.ru/pdf/metafizika/2012_03/5.pdf
- [11] Петухов С.В. Генетический код и проекционные операторы матричного генотипа. Метафизика, 2014, №1(11), с. 44–65, [http://lib.rudn.ru/file/Metafizika%201%20\(11\)%202014.pdf](http://lib.rudn.ru/file/Metafizika%201%20(11)%202014.pdf)
- [12] Petoukhov S.V., He M. Symmetrical Analysis Techniques for Genetic Systems and Bioinformatics: Advanced Patterns and Applications. 2010, Hershey, USA: IGI Global, 271 p.
- [13] Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. М., 1980.
- [14] Хармут Х. Передача информации ортогональными функциями. М.: Связь, 1975.
- [15] Хармут Х. Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи. М., Радио и связь, 1985.
- [16] Хармут Х. Применение методов теории информации в физике. М., Мир, 1989.
- [17] Румер Ю.Б. Систематизация кодонов в генетическом коде. – Доклады АН СССР, 1968, т. 183, № 1, с. 225–226.
- [18] Seberry J., Wysocki B.J., Wysocki T.A. On some applications of Hadamard matrices. *Metrica*, 2005, 62: 221–239.
- [19] Сорока Л.М. Рецензия на книгу Хармута Х. “Transmission of Information by OrthogonalFunctions” // *Успехи физических наук*, 1973, т. 111, вып. 3, с. 80.

- [20] Джан Р. Филлотаксис: системное исследование морфогенеза растений. М., НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2006, 460 с.
- [21] Coldea R., D. A. Tennant, E. M. Wheeler, E. Wawrzynska, D. Prabhakaran, M. Telling, K. Habicht, P. Smeibidl, K. Kiefer. Quantum Criticality in an Ising Chain: Experimental Evidence for Emergent E8 Symmetry // *Science*, Jan. 8, 2010.
- [22] Golden Ratio Discovered in Quantum World: Hidden Symmetry Observed for the First Time in Solid State Matter
(<http://www.sciencedaily.com/releases/2010/01/100107143909.htm>).
- [23] Блехман И.И. Вибрация “изменяет законы механики” // *Природа*, 2003, №11, с. 42–53.
- [24] Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е. Нелинейная волновая механика и технология. Москва, R&C Dynamics, 2008, 711 с.
- [25] Мирзабеков А.Д. Валиновая тРНК I. Структурная основа узнавания. Автореферат докторской диссертации. М., Институт химии природных соединений АН СССР, 1972.
- [26] Шноль С.Э. Физико-химические факторы биологической эволюции. М., 1989.
- [27] Zheng J.M., Pollack G.H. Long-range forces extending from polymer-gel surfaces // *Phys Rev E*, 2003, v. 68, pt. 1, p. 031408.
- [28] Pollack G. H., Clegg J. In: Phase Transitions in Cell Biology, (Pollack G.H., Chin W.-C., eds.), Springer Science, Business Media B.V., 2008, pp. 143–152.
- [29] Воейков В.Л. Ключевая роль устойчиво неравновесного состояния водных систем в биоэнергетике. // *Российский химический журнал им. Д.И. Менделеева*, 2009, т. LIII, №6, с. 41–49.
- [30] Del Giudice E. Когерентная квантово-электродинамическая организация биохимических процессов // *Журнал формирующихся направлений науки*, 2014, № 4(2), с. 92–99.
- [31] Фролов К.В. Вибрация – друг или враг. М., Наука, 1984, 144 с.
- [32] Тулинов Д. Принцип аксолотля // *Популярная механика*, 2015, №1, с. 28–29
<http://innotechnews.com/innovations/340-printsip-aksolotlya-smozhet-li-chelovechestvo-sozdavat-novye-organy-i-konechnosti>
- [33] Филиппов А.Т. Многоликий солитон. М., Наука, 1990, 288 с.
- [34] Петухов С.В. Биосолитоны – тайна живого вещества. М., ГП Кимрская типография, 1999, 288 с. (<http://petoukhov.com/>)
- [35] Арнольд В.И. Публичная лекция в Математическом институте им. В. А. Стеклова 13 мая 2006 года (<http://elementy.ru/lib/430178/430281>)
- [36] Petoukhov S.V. The genetic code, 8-dimensional hypercomplex numbers and dyadic shifts. <http://arxiv.org/abs/1102.3596>, 30.01.2012, 80 с.
- [37] Petoukhov S.V. Matrix Genetics and Algebraic Properties of the Multi-Level System of Genetic Alphabets // *Neuroquantology*, 2011, v. 9, № 4, p. 60–81.

TENSOR PRODUCT OF MATRICES IN STUDYING THE ORGANISM AS A GENETIC SYSTEM OF RESONANCES

S.V. Petoukhov

Institutes for Machines Science, RAS, Moscow, Russia

spetoukhov@gmail.com

The article is devoted to the new modeling approach to study the role of wave and vibration processes in genetically inherited organization of living bodies. This approach is based on matrix analysis and uses the well-known property of matrices for displaying resonances. Emphasis is placed on systems of resonances in families tensor matrices based on the tensor product. The concept of inheritance tables eigenvalues of the matrices of these families is introduced. Their analogies are shown with Punnet's squares of Poly-hybrid crosses of organisms under the Mendel's laws. Matrix analysis gives evidences in favor of the following: alphabets of the genetic code are alphabets of resonances; respectively, the genetic code is the code of resonances, and genetic texts, which are based on these alphabets, are written in the language of resonances; alleles of genes, which are represented in Mendel's laws, can be interpreted as resonances (the eigenvalues of matrices) of some oscillatory systems. The conception of resonance genome is formulated. Ideas of vibrational genetic biomechanics are under development taking into account connections between inherited biological processes and phenomena of vibrational mechanics.

Key Words: genetic coding, resonance, the tensor product of matrices, eigenvalues of matrices, eigenvectors of matrices, lattice Penneta, DNA, genetic alphabets, Walsh functions, Hadamard matrices, Rademacher functions, hypercomplex numbers.